

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНЖЕНЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»**

**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ Василенко В.Н.

«25»05 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
**УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

**МАТЕМАТИКА**

Специальность  
27.02.07 Управление качеством продукции, процессов и услуг (по отраслям)

Квалификация выпускника  
Техник

## 1 Цели и задачи учебного предмета

Целями освоения учебного предмета «Математика» являются:

- формирование представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;
- овладение языком математики в устной и письменной форме, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;
- развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, математического мышления и интуиции, творческих способностей, необходимых для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;
- воспитание средствами математики культуры личности через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей; понимания значимости математики для научно-технического прогресса.

Требования к предметным результатам освоения профильного курса математики отражают:

- сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;
- сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

- владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

## 2 Перечень планируемых результатов обучения, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате изучения математики на профильном уровне обучающийся должен: знать/понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

## Числовые и буквенные выражения

### Уметь:

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
  - применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;
  - находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
  - выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;
  - проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;
  - приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

## Функции и графики

### Уметь:

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
  - строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;
  - описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;
  - решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;
  - приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

## Начала математического анализа

### Уметь:

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
  - вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
  - исследовать функции и строить их графики с помощью производной;
  - решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;
  - решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
  - вычислять площадь криволинейной трапеции;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа;
  - приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в

основе которой лежит данный учебный предмет.

### Уравнения и неравенства

Уметь:

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
  - доказывать несложные неравенства;
  - решать текстовые задачи с помощью составления уравнений и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;
  - изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем;
  - находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
  - решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- построения и исследования простейших математических моделей;
  - приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

### Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Уметь:

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
  - вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи);
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера;
  - приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

### Геометрия

Уметь:

- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
  - изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
  - решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
  - проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
  - вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
  - применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
  - строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
  - вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства;

- приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

### 3 Место учебного предмета в структуре образовательной программы СПО

Учебный предмет «Математика» входит в цикл профильные дисциплины (ПД.01), и изучается в 1 и 2 семестрах.

### 4 Объем учебного предмета и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 218 ак. ч.

Виды учебной работы	Всего академических часов	Распределение трудоемкости по семестрам, ак. ч	
		1	2
Общая трудоемкость дисциплины	220	68	152
<b>Контактная работа,</b> в т.ч. аудиторные занятия:	220	68	138
Лекции	105	36	69
Практические/лабораторные занятия	101	32	69
Консультации текущие	-	-	-
<b>Вид аттестации</b>	экзамен 14	контрольная работа	Экзамен 14
Самостоятельная работа:	-	-	-

5 Содержание учебного предмета, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 5.1 Содержание разделов учебного предмета

№ п/п	Наименование раздела учебного предмета	Содержание раздела	Трудоемкость раздела, часы
1	Числовые и буквенные выражения	<p>Делимость целых чисел. Деление с остатком. Сравнения. Решение задач с целочисленными неизвестными.</p> <p>Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряженные числа. Возведение в натуральную степень (формула Муавра). Основная теорема алгебры.</p> <p>Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.</p> <p>Корень степени <math>n &gt; 1</math> и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.</p> <p>Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число <math>e</math>.</p> <p>Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.</p>	20

2	Тригонометрия	<p>Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования тригонометрических выражений.</p> <p>Простейшие тригонометрические уравнения. Решения тригонометрических уравнений. Простейшие тригонометрические неравенства.</p> <p>Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.</p>	20
3	Функции	<p>Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Выпуклость функции. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.</p> <p>Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной.</p> <p>Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства и график. Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.</p> <p>Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.</p> <p>Показательная функция (экспонента), ее свойства и график.</p> <p>Логарифмическая функция, ее свойства и график.</p> <p>Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой <math>y = x</math>, растяжение и сжатие вдоль осей координат.</p>	24
4	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	<p>Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.</p> <p>Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.</p> <p>Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.</p>	19
5	Начала математического анализа	<p>Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах.</p> <p>Понятие о непрерывности функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.</p> <p>Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Асимптоты.</p> <p>Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных</p>	40

		<p>элементарных функций. Производные сложной и обратной функций. Вторая производная. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производных при решении уравнений и неравенств, текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений.</p> <p>Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона - Лейбница.</p> <p>Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.</p>	
6	Уравнения и неравенства	<p>Решение рациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств. Решение иррациональных уравнений и неравенств.</p> <p>Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными (простейшие типы). Решение систем неравенств с одной переменной.</p> <p>Доказательства неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел.</p> <p>Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.</p> <p>Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.</p>	32
7	Геометрия	<p>Геометрия на плоскости</p> <p>Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.</p> <p>Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной.</p> <p>Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма.</p> <p>Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.</p> <p>Геометрические места точек.</p> <p>Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест.</p> <p>Теорема Чевы и теорема Менелая.</p> <p>Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек.</p> <p>Неразрешимость классических задач на построение.</p> <p>Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии.</p> <p>Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.</p>	47

	<p>Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.</p> <p>Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.</p> <p>Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Площадь ортогональной проекции многоугольника. Изображение пространственных фигур. Центральное проектирование.</p> <p>Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.</p> <p>Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.</p> <p>Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.</p> <p>Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.</p> <p>Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная).</p> <p>Сечения многогранников. Построение сечений.</p> <p>Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).</p> <p>Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения параллельные основанию.</p> <p>Шар и сфера, их сечения. Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса. Касательная плоскость к сфере. Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника.</p> <p>Цилиндрические и конические поверхности.</p> <p>Объемы тел и площади их поверхностей. Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.</p> <p>Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.</p> <p>Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.</p> <p>Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.</p>	
--	--	--

## 5.2 Разделы учебного предмета и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела учебного предмета	Лекции, час	ПЗ, час
1	Числовые и буквенные выражения	10	10
2	Тригонометрия	8	12
3	Функции	14	10
4	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	8	11
5	Начала математического анализа	18	22
6	Уравнения и неравенства	14	18
7	Геометрия	29	18



### 5.2.1 Лекции

№ п/п	Наименование раздела учебного предмета	Тематика лекционных занятий	Трудоемкость, час
1	Числовые и буквенные выражения	Делимость целых чисел. Деление с остатком. Сравнения. Решение задач с целочисленными неизвестными. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел.	2
		Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряженные числа. Возведение в натуральную степень (формула Муавра). Основная теорема алгебры.	2
		Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.	2
		Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.	2
		Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число $e$ .	1
		Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.	1
2	Тригонометрия	Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла.	2
		Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования тригонометрических выражений.	2
		Простейшие тригонометрические уравнения. Решения тригонометрических уравнений.	2
		Простейшие тригонометрические неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.	2

3	Функции	<p>Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность.</p>	2
		<p>Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Выпуклость функции. Графическая интерпретация.</p>	2
		<p>Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной.</p>	2
		<p>Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства и график. Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.</p>	2
		<p>Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.</p>	2
		<p>Показательная функция (экспонента), ее свойства и график. Логарифмическая функция, ее свойства и график.</p>	2
		<p>Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой <math>y = x</math>, растяжение и сжатие вдоль осей координат.</p>	2
4	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	<p>Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.</p>	2
		<p>Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач.</p>	2
		<p>Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.</p>	2
		<p>Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.</p>	2
5	Начала математического анализа	<p>Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.</p>	2
		<p>Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах.</p>	2
		<p>Понятие о непрерывности функции. Основные теоремы о непрерывных функциях. Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Асимптоты.</p>	2
		<p>Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций.</p>	2
		<p>Производные сложной и обратной функций. Вторая</p>	2

		производная.	
		Применение производной к исследованию функций и построению графиков.	2
		Использование производных при решении уравнений и неравенств, текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений. Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле.	2
		Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона - Лейбница.	2
		Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.	2
6	Уравнения и неравенства	Решение рациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств.	2
		Решение иррациональных уравнений и неравенств. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных.	2
		Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными (простейшие типы).	2
		Решение систем неравенств с одной переменной. Доказательства неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел.	2
		Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов.	2
		Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.	2
		Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.	2
7	Геометрия	Геометрия на плоскости Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей.	2
		Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей. Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной.	2
		Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма. Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.	2
		Геометрические места точек. Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест. Теорема Чебы и теорема Менелая. Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек. Неразрешимость классических задач на построение. Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Понятие	2

	об аксиоматическом способе построения геометрии.	
	Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства.	2
	Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.	2
	Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.	2
	Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Площадь ортогональной проекции многоугольника. Изображение пространственных фигур. Центральное проектирование.	2
	Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.	2
	Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Сечения многогранников. Построение сечений. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).	2
	Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения параллельные основанию. Шар и сфера, их сечения. Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса. Касательная плоскость к сфере. Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника.	2
	Цилиндрические и конические поверхности. Объемы тел и площади их поверхностей. Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел. Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.	2
	Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.	2
	Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора.	1
	Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.	2

		Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.	
--	--	--	--

### 5.2.2 Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела учебного предмета	Тематика практических занятий	Трудоемкость, Час
1	Числовые и буквенные выражения	Решение задач с целочисленными неизвестными. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.	2
		Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи.	2
		Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Возведение в натуральную степень (формула Муавра).	2
		Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Многочлены от двух переменных. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.	2
		Решение примеров на степень с рациональным, действительным показателем. Решение логарифмов. Свойства логарифмов. Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.	2
2	Тригонометрия	Тригонометрические функции. Решение с помощью основных тригонометрических тождеств.	2
		Преобразования простейших тригонометрических выражений.	2
		Решение простейших тригонометрических уравнений.	2
		Решение простейших тригонометрических уравнений.	2
		Решение простейших тригонометрических неравенств.	2
		Нахождение арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса числа.	2
3	Функции	Построение графиков функций, заданных различными способами.	2
		Построение графиков функций, заданных различными способами.	2
		Исследование функций и построение графиков.	2
		Преобразование графиков функций.	2
		Преобразование графиков функций.	2
4	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	Решение задач на числовые характеристики рядов данных.	2
		Решение задач на числовые характеристики рядов данных.	2
		Решение задач на подсчёт числа размещений, перестановок и сочетаний.	2
		Решение задач на подсчёт числа размещений, перестановок и сочетаний.	2
		Решение задач на подсчёт числа размещений, перестановок и сочетаний. Решение статистических задач.	3
5	Начала математического анализа	Вычисление предела функции. Понятие о непрерывности функции.	2
		Физический и геометрический смысл производной.	2
		Нахождение производных элементарных функций.	2
		Нахождение производных сложных функций.	2
		Нахождение производных сложных функций.	2
		Исследование графика функции с помощью производной.	2
		Исследование графика функции с помощью производной.	2
		Исследование графика функции с помощью производной.	2
		Использование определенного интеграла при нахождении площади криволинейной трапеции.	2
		Нахождение первообразной.	2
Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая	2		

		производная и ее физический смысл.	
6	Уравнения и неравенства	Решение рациональных уравнений и неравенств.	2
		Решение показательных уравнений и неравенств.	2
		Решение логарифмических уравнений и неравенств.	2
		Решение логарифмических уравнений и неравенств.	2
		Решение тригонометрических уравнений и неравенств.	2
		Решение тригонометрических уравнений и неравенств.	2
		Решение иррациональных уравнений и неравенств.	2
		Решение систем уравнений с двумя неизвестными (простейшие типы). Решение систем неравенств с одной переменной.	2
		Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.	2
7	Геометрия	Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Нахождение площади треугольника.	2
		Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной. Вписанные и описанные многоугольники.	2
		Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест. Решение задач на прямые и плоскости в пространстве. Решение задач на проектирование.	2
		Построение сечений куба, призмы и пирамиды различными методами	2
		Построение сечений куба, призмы и пирамиды различными методами	2
		Решение задач на тела и поверхности вращения. Вычисление объемов тел и площадей их поверхностей.	2
		Координаты и векторы в пространстве. Действия над векторами.	2
		Координаты и векторы в пространстве. Действия над векторами.	2
		Координаты и векторы в пространстве. Действия над векторами.	2

### 5.2.3 Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

### 5.2.4 Самостоятельная работа обучающихся (СРО)

Не предусмотрена.

## 6 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного предмета

### 6.1 Основной электронный ресурс

1. Математика: учебное пособие / О. В. Филипенко. – Минск : РИПО, 2019 [https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=600094](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=600094)

### 6.2 Печатная учебная литература

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / Ш. А. Алимов [и др.]. - М. : Просвещение, 2019

2. Геометрия, 10-11 классы : математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия : учебник для общеобразовательных организаций : базовый и углубленный уровни / Л. С. Атанасян [и др.]. - М. : Просвещение, 2019

Периодические издания:

- Информационные технологии
- Системы управления и информационные технологии

### 6.3 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся

1. Мирошина И. Е. Математика : методические указания к выполнению самостоятельной работы для обучающихся 1 курса по специальностям 09.02.01 Компьютерные системы и комплексы, 09.02.04 Информационные системы (по отраслям), 38.02.04 Коммерция (по отраслям),

43.02.01 Организация обслуживания общественного питания, 43.02.11 Гостиничный сервис, 09.02.07 Информационные системы и программирование, 27.02.07 Управление качеством, 43.02.14 Гостиничное дело, 43.02.15 Поварское и кондитерское. - Воронеж : ВГУИТ, 2018. [ЭИ]

2. Математика : практикум / Е. И. Фоминых. – Минск : РИПО, 2019 [ЭИ]
3. Математика. Практикум : учебное пособие : / И. А. Кочеткова, Ж. И. Тимошко, С. Л. Селезень. – Минск : РИПО, 2018[ЭИ]
4. Мирошина И. Е. Математика: методические указания к проведению практических занятий для обучающихся 1 курса по специальностям 09.02.01 Компьютерные системы и комплексы 09.02.04 Информационные системы (по отраслям) 38.02.04 Коммерция (по отраслям) 43.02.01 Организация обслуживания общественного питания 43.02.11 Гостиничный сервис 09.02.07 Информационные системы и программирование 27.02.07 Управление качеством 43.02.14 Гостиничное дело 43.02.15 Поварское и кондитерское дело. - Воронеж : ВГУИТ, 2018.. [ЭИ]

#### 6.4 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
«Российское образование» - федеральный портал	<a href="https://www.edu.ru/">https://www.edu.ru/</a>
Научная электронная библиотека	<a href="https://www.elibrary.ru/defaultx.asp?">https://www.elibrary.ru/defaultx.asp?</a>
Национальная исследовательская компьютерная сеть России	<a href="https://niks.su/">https://niks.su/</a>
Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»	<a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
Электронная библиотека ВГУИТ	<a href="http://biblos.vsu.ru/megapro/web">http://biblos.vsu.ru/megapro/web</a>
Сайт Министерства науки и высшего образования РФ	<a href="https://minobrnauki.gov.ru/">https://minobrnauki.gov.ru/</a>
Портал открытого on-line образования	<a href="https://npoed.ru/">https://npoed.ru/</a>
Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «ВГУИТ»	<a href="https://education.vsu.ru/">https://education.vsu.ru/</a>

#### 6.5 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При изучении дисциплины используется программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы: ЭИОС университета, в том числе на базе программной платформы «Среда электронного обучения ЗКЛ», автоматизированная информационная база «Интернет-тренажеры», «Интернет-экзамен».

При освоении дисциплины используется лицензионное и открытое программное обеспечение – *н-р, ОС Windows, ОС ALTLinux.*

### 7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Обеспеченность процесса обучения техническими средствами полностью соответствует требованиям ФГОС по направлению подготовки. Материально-техническая база приведена в лицензионных формах и расположена во внутренней сети по адресу <http://education.vsu.ru>.

Аудитории для проведения лекционных занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации:

Кабинет Математических дисциплин (ауд. 5)	Проектор Epson EB-W9 – 1 шт.; Крепление проектора потолочное универсальное IC-PR-1t Titanium – 1 шт.; Экран настенный ScreenMedia MW 153x153 – 1шт.; Ноутбук ASUS K 73 E 15-2410 M CPU\4096\500\DVD-RW \ Intel(R) HD Graphics 3000– 3 шт.; Маркерная доска; Плакаты, наглядные пособия, схемы; Рабочие места по количеству обучающихся; Рабочее место преподавателя
---	---

Аудитория для самостоятельной работы студентов:

Компьютерный класс для	ALT Linux Образование 9 + LibreOffice; Маркерная доска; Информационные
------------------------	--

самостоятельной работы, в т.ч. для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (ауд.19)	стенды, справочные материалы; Комплект учебной мебели.
--	--

Дополнительно, самостоятельная работа обучающихся, может осуществляться при использовании:

Ресурсный центр	Компьютеры со свободным доступом в сеть Интернет и Электронными библиотечными и информационно справочными системами.	Альт Образование 8.2 + LibreOffice 6.2+Maxima Лицензия № ААА.0217.00 с 21.12.2017 г. по «Бессрочно»
-----------------	--	--

## **8 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

**Оценочные материалы (ОМ)** для дисциплины включают в себя:

- перечень компетенций с указанием индикаторов достижения компетенций, этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и практического опыта.

ОМ представляются отдельным комплектом и **входят в состав рабочей программы дисциплины.**

Оценочные материалы формируются в соответствии с П ВГУИТ «Положение об оценочных материалах».



## АННОТАЦИЯ учебного предмета ПД.01 Математика

Изучение математики на профильном уровне направлено на достижение следующих **целей**:

- формирование представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;
- овладение языком математики в устной и письменной форме, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;
- развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, математического мышления и интуиции, творческих способностей, необходимых для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;
- воспитание средствами математики культуры личности через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей; понимания значимости математики для научно-технического прогресса.

Требования к уровню подготовки выпускников.

**В результате изучения математики обучающийся должен:**

**знать/понимать:**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

**Числовые и буквенные выражения**

**Уметь:**

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;
- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;
- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

- приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

Функции и графики.

**Уметь:**

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;

- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;

- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;

- приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

Начала математического анализа.

**Уметь:**

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;

- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;

- исследовать функции и строить их графики с помощью производной;

- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;

- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;

- вычислять площадь криволинейной трапеции;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа;

- приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

Уравнения и неравенства

**Уметь:**

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;

- доказывать несложные неравенства;

- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;

- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем;

- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;

- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

-построения и исследования простейших математических моделей;  
-приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

**Уметь:**

-решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;

-вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи);  
использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

-анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера;

-приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

Геометрия.

**Уметь:**

-соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;

-изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;

-решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;

-проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;

- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;

-применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;

-строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

-исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;

-вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства;

-приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

## Содержание основных образовательных программ

Числовые и буквенные выражения.

Делимость целых чисел. Деление с остатком. Решение задач с целочисленными неизвестными.

Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряженные числа.

Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Теорема Безу. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона.

Корень степени  $n > 1$  и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным

показателем.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.

Тригонометрия.

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Преобразования тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические уравнения. Решения тригонометрических уравнений.

Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

Функции.

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной.

Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства и график.

Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период.

Показательная функция (экспонента), ее свойства и график.

Логарифмическая функция, ее свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события.

Начала математического анализа.

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Понятие о непрерывности функции.

Понятие о пределе функции в точке.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. Производные сложной и обратной функций. Вторая производная. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производных при решении уравнений и неравенств, текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений.

Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона

- Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.

Уравнения и неравенства.

Решение рациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств. Решение иррациональных уравнений и неравенств.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными (простейшие типы). Решение систем неравенств с одной переменной.

Доказательства неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

Геометрия.

Геометрия на плоскости.

Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.

Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной.

Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма.

Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.

Геометрические места точек.

Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест.

Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство).

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Изображение пространственных фигур.

Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. РАЗВЕРТКА.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

Сечения многогранников. Построение сечений.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.

Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере.

Объемы тел и площади их поверхностей.

Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам.

**Оценочные материалы  
для промежуточной аттестации**

по учебному предмету

**Математика**

## 1. Требования к результатам освоения учебного предмета

Требования к предметным результатам освоения профильного курса математики отражают:

- сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;
- сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

- владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

В результате изучения математики на профильном уровне обучающийся должен: знать/понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

Числовые и буквенные выражения

Уметь:

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;



- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
  - выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;
  - проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;
  - приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

### Функции и графики

#### Уметь:

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
  - строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;
  - описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;
  - решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;
  - приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

### Начала математического анализа

#### Уметь:

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
  - вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
  - исследовать функции и строить их графики с помощью производной;
  - решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;
  - решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
  - вычислять площадь криволинейной трапеции;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа;
  - приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

### Уравнения и неравенства

#### Уметь:

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
- доказывать несложные неравенства;
- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;
- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем;
- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- построения и исследования простейших математических моделей;
- приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

### Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Уметь:

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
- вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи);

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера;
- приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

### Геометрия

Уметь:

- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;

- вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства;

- приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

## 2. Паспорт оценочных материалов по учебному предмету

№ п/п	Разделы учебного предмета	Оценочные материалы		Технология/процедура оценивания (способ контроля)
		наименование	№№ заданий	
1	Числовые и буквенные выражения	Тестовое задание	№ 3.1.1	Процентная шкала
		Контрольная работа	№ 3.3.6	Уровневая шкала
		Экзамен	№ 3.2	Уровневая шкала
2	Тригонометрия	Тестовое задание	№ 3.1.3	Уровневая шкала
		Экзамен	№ 3.2	Уровневая шкала
3	Функции и графики	Тестовое задание	№ 3.1.4	Процентная шкала
		Контрольная работа	№ 3.3.1	Уровневая шкала
		Экзамен	№ 3.2	Уровневая шкала
4	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	Контрольная работа	№ 3.3.3 № 3.3.8	Уровневая шкала
		Экзамен	№ 3.2	Уровневая шкала
5	Начала математического анализа	Тестовое задание	№ 3.1.7	Процентная шкала
		Контрольная работа	№ 3.3.4	Уровневая шкала
		Экзамен	№ 3.2	Уровневая шкала
6	Уравнения и неравенства	Контрольная работа	№ 3.3.5	Уровневая шкала
		Экзамен	№ 3.2	Уровневая шкала
7	Геометрия	Тестовое задание	№ 3.1.2 № 3.1.5 № 3.1.6 № 3.1.8	Процентная шкала
		Контрольная работа	№ 3.3.2 № 3.3.7	Уровневая шкала
		Экзамен	№ 3.2	Уровневая шкала

## 3. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

### 3.1. Тестовое задание.

#### 3.1.1. Числовые и буквенные выражения.

1. Вычислите $\sqrt[3]{216} \cdot 0,064$ а) 2,4 б) 1,5 в) 4 г) 1,2	11. Вычислите $\sqrt[3]{27} \cdot 0,125$ а) 2,4б) 1,5в) 4г) 1,2
2. Упростите выражение $\sqrt[3]{a^{12}b^9}$ а) $a^2b$ б) $2ab^2$ в) $2a^2ba^4b^3$	12. Упростите выражение $\sqrt[4]{16a^8b^4}$ а) $a^2b$ б) $2ab^2$ в) $2a^2b$ г) $a^4b^3$
3. Представьте в виде степени с основанием $x$ : $x^{\frac{1}{2}}$ а) $\sqrt{x^3}$ б) $\sqrt{x}$ в) $\sqrt[3]{x}$ г) $\sqrt[3]{x^2}$	13. Представьте в виде степени с основанием $x$ : $x^{\frac{2}{3}}$ а) $\sqrt{x^3}$ б) $\sqrt{x}$ в) $\sqrt[3]{x}$ г) $\sqrt[3]{x^2}$
4. Найдите значение выражения: $81 + 9^{\frac{1}{2}}$ а) 84б) 35в) 81г) 48	14. Найдите значение выражения: $52 - 64^{\frac{1}{3}}$ а) 84б) 35в) 81г) 48

5. Допишите правую часть формулы $a^x: a^y = \underline{\hspace{2cm}}$ , где $a > 0$ , $x$ и $y$ – любые действительные числа. а) $a^{xy}$ б) $a^{x+y}$ в) $a^x b^y$ г) $a^{x-y}$	15. Допишите правую часть формулы $a^x \cdot a^y = \underline{\hspace{2cm}}$ , где $a > 0$ , $x$ и $y$ – любые действительные числа. а) $a^{xy}$ б) $a^{x+y}$ в) $a^x b^y$ г) $a^{x-y}$
6. Представьте в виде степени с рациональным показателем $\sqrt[6]{a^3}$ а) $a^2$ б) $a^4$ в) $a^6$ г) $a^4$	16. Представьте в виде степени с рациональным показателем $\sqrt[4]{a^3}$ а) $a^2$ б) $a^4$ в) $a^6$ г) $a^4$
7. Допишите правую часть формулы $\log_a x - \log_a y = \underline{\hspace{2cm}}$ , где $a > 0$ , $a \neq 1$ , $x > 0$ и $y > 0$ а) б) $\log_{\frac{x}{y}}$ в) $\log_{\frac{x^p}{a}}$ г) $\log_{\frac{xy}{a}}$	17. Допишите правую часть формулы $\log_a x + \log_a y = \underline{\hspace{2cm}}$ , где $a > 0$ , $a \neq 1$ , $x > 0$ и $y > 0$ Найдите число $b$ , если $\log_7 b = 2$ а) б) $\log_{\frac{x}{y}}$ в) $\log_{\frac{x^p}{a}}$ г) $\log_{\frac{xy}{a}}$
8. Вычислите по определению логарифма: $\log_8 1$ а) 3 б) 8 в) 0 г) 16	18. Вычислите $\log_3 3$ а) 3 б) 8 в) 1 г) -1
9. Найдите значение выражения: $\log_6 2 + \log_6 3$ а) 3 б) 4 в) 1 г) 0	19. Найдите значение выражения: $\log_5 100 - \log_5 4$ а) 3 б) 4 в) 1 г) 0
10. Решите уравнение: $\log_5 x = -1$ а) $\frac{1}{5}$ б) $\frac{1}{36}$ в) 1 г) $\frac{1}{8}$	20. Решите уравнение: $\log_6 x = -2$ а) $\frac{1}{5}$ б) $\frac{1}{36}$ в) 1 г) $\frac{1}{8}$

### 3.1.2. Координаты и векторы.

1. Даны векторы $\vec{a} \{3; -1; 4\}$ , $\vec{b} \{2; 1; 3\}$ и $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ , тогда косинус угла между векторами $\vec{c}$ и $\vec{b}$ равен А) $\frac{3}{2\sqrt{21}}$ В) $\frac{1}{2\sqrt{21}}$ С) $-\frac{1}{2\sqrt{21}}$ D) $-\frac{3}{2\sqrt{21}}$ E) $\frac{5}{2\sqrt{21}}$	6. Уравнение окружности: $x^2 + y^2 - 12x + 16y + 25 = 0$ представить в стандартном виде. Указать центр и радиус этой окружности. А) $(-6; 8)$ , $10\sqrt{3}$ см В) $(-6; -8)$ , $4\sqrt{3}$ см С) $(6; 8)$ , $3\sqrt{3}$ см D) $(-6; 8)$ , $6\sqrt{3}$ см E) $(6; -8)$ , $5\sqrt{3}$ см
2. Найти $ \vec{a} + \vec{b} $ , если $ \vec{a}  = 11$ , $ \vec{b}  = 23$ , $ \vec{a} - \vec{b}  = 30$ А) 20 В) 19 С) 22 D) 18 E) 21	7. Ребро куба ABCDA <sub>1</sub> B <sub>1</sub> C <sub>1</sub> D <sub>1</sub> равно 4. Найдите угол между векторами $\vec{AB}_1$ и $\vec{AD}_1$ А) 120° В) 90° С) 30° D) 60° E) 150°
3. В треугольнике ABC, A(-3; -2), B(1; 4), C(2; -1). Найдите угол A. А) 40° В) 30° С) 45° D) 60° E) 90°	8. Найти $ \vec{a} - \vec{b} $ , если $ \vec{a}  = 10$ , $ \vec{b}  = 21$ , и $ \vec{a} + \vec{b}  = 31$ А) 8 В) 12 С) 11 D) 10 E) 9
4. Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол 60° и $a = 4$ , $b = 5$ , то длина вектора $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ равна А) 42 В) 21 С) 18 D) 32 E) 26	9. Вычислите длину вектора $\vec{a} = (3m - 2n) + (5\vec{m} + 3\vec{n})$ , если даны координаты векторов $\vec{m} \{-2; -1\}$ и $\vec{n} \{1; 3\}$ А) 7 В) 5 C) 10 D) 2 E) $3\sqrt{2}$

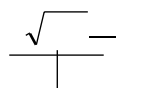
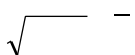
<p>5. Составьте уравнение прямой, содержащей медиану В D треугольника ABC, если его вершины A(-6,2), B(6,6) и C(2,-6)  A) <math>2y+3x=0</math> B) <math>y - x=0</math> C) <math>y - 4x+3=0</math> D) <math>3y - x+4=0</math> E) <math>5y-2x+1=0</math></p>	<p>Ответы:</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td> </tr> <tr> <td>A</td><td>A</td><td>C</td><td>B</td><td>B</td><td>E</td><td>D</td><td>C</td><td>B</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	A	C	B	B	E	D	C	B
1	2	3	4	5	6	7	8	9											
A	A	C	B	B	E	D	C	B											

### 3.1.3. Основы тригонометрии.

<p>1. Углом какой четверти является угол <math>\alpha</math>, если <math>\cos \alpha &lt; 0, ctg \alpha &gt; 0</math>  1) I  2) II  <b>3) III</b>  4) IV</p>	<p>11. Радианная мера угла равна <math>-\frac{7\pi}{10}</math>. Найдите его градусную меру  <b>1) <math>-126^\circ</math></b>  2) <math>-252</math> 3)  <math>(-\frac{7}{180})^\circ</math>  4) <math>-68^\circ</math></p>
<p>2. Углом какой четверти является угол <math>\alpha</math>, если <math>\sin \alpha &gt; 0, tg \alpha &lt; 0</math>  1) I  <b>2) II</b>  3) III  4) IV</p>	<p>12. Установите с помощью стрелок соответствие между радианной мерой угла и градусной мерой угла:  A) <math>\pi</math> 1) <math>360^\circ</math>  Б) <math>\pi/2</math> 2) <math>180^\circ</math>  В) <math>2\pi</math> 3) <math>270^\circ</math>  Г) <math>3\pi/2</math> 4) <math>90^\circ</math>  <b>ОТВЕТ: А-2; Б-4; В-1; Г-3.</b></p>
<p>3. Если синус <math>\alpha</math> равен -1, то <math>\alpha</math> может принимать значения:  1) <math>180^\circ</math>  2) <math>90^\circ</math>  3) <math>-180^\circ</math>  <b>4) <math>270^\circ</math></b></p>	<p>13. В какой четверти расположен угол в <math>225^\circ</math>  1) I;  1) II;  <b>3) III;</b>  4) IV.</p>
<p>4. Число -2 может быть значением:  1) синуса некоторого угла;  2) косинуса некоторого угла;  <b>3) тангенса некоторого угла;</b></p>	<p>14. Упростите выражение <math>\frac{\sin \alpha \cdot ctg \alpha}{\cos \alpha}</math>  1) <math>tg \alpha</math>  <b>2) 1</b>  3) <math>ctg^2 \alpha</math>  4) <math>tg^2 \alpha</math></p>
<p>5. Установите соответствие между тригонометрическими выражениями: А) <math>\sin \frac{3\pi}{2}</math>  Б) <math>\cos \frac{\pi}{3}</math>  В) <math>tg \pi</math>  Г) <math>tg \frac{\pi}{4}</math>  и их значениями:  1) 1  2) 0  3) -1  4) 0,5  <b>ОТВЕТ: А-3; Б-4; В-2; Г-1.</b></p>	<p>15. Найдите <math>\cos \alpha</math>, если <math>\sin \alpha = -\frac{12}{13}</math> и <math>\frac{3\pi}{2} &lt; \alpha &lt; 2\pi</math>  1) <math>-\frac{5}{13}</math>  2) <math>\pm \frac{13}{5}</math>  <b>3) <math>\frac{5}{13}</math></b>  4) <math>\frac{1}{13}</math></p>
<p>6. Найдите числовое значение выражения <math>3 \sin \frac{\pi}{6}</math>  1) 2,5</p>	<p>16. Найдите <math>ctg \alpha</math>, если <math>\cos \alpha = 0,6</math> и <math>\frac{3\pi}{2} &lt; \alpha &lt; 2\pi</math>  1) <math>\frac{3}{5}</math></p>

<p>2) -0,5+ 3 3) 6,5 4) <u>1,5</u></p>	<p>2) -<sup>5</sup> 3) -<sup>4</sup><sup>3</sup> 4) -<sup>3</sup><sup>3</sup><sub>4</sub></p>
<p>7. Радианная мера угла равна <math>\frac{\pi}{10}</math>. Найдите его градусную меру 1) 10° 2) <b>18°</b> 3) 36° 4) 0,314°</p>	<p>17. Найдите <math>\cos \alpha</math>, если <math>\sin \alpha = -\frac{1}{2}</math> и <math>\pi &lt; \alpha &lt; \frac{3\pi}{2}</math> 1) 1 2) <math>\frac{\sqrt{2}}{2}</math> 3) <math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math> 4) <math>-\frac{\sqrt{3}}{2}</math></p>
<p>8. Градусная мера угла равна 40°. Найдите его радианную меру. 1) <math>\frac{\pi}{9}</math> 2) <b><math>\frac{2\pi}{9}</math></b> 3) <math>\frac{4\pi}{9}</math> 4) <math>\frac{2\pi}{5}</math></p>	<p>18. Вычислите <math>\sin \alpha</math>, если <math>\cos \alpha = -3/5</math> и <math>\alpha \in \text{II}</math> четверти. 1) -4/5; 2) -3/5; 3) 3/5; 4) <b>4/5.</b></p>
<p>9. Градусная мера угла равна 50°. Найдите его радианную меру. 1) <math>\frac{\pi}{5}</math> 2) <math>\frac{\pi}{4}</math> 3) <b><math>\frac{5\pi}{18}</math></b> 4) <math>\frac{\pi}{3}</math></p>	<p>19. Вычислить <math>\operatorname{ctg} 225^\circ =</math> 1) <math>\sqrt{3}</math> 2) <math>\frac{\sqrt{3}}{3}</math> 3) <b>1</b> 4) -1</p>
<p>10. Радианная мера угла равна <math>\frac{3\pi}{10}</math>. Найдите его градусную меру 1) 54° 2) 108° 3) <math>(\frac{1}{1200})^\circ</math> 4) <math>(\frac{1}{600})^\circ</math> —</p>	<p>20. Установите соответствие между формулой и ее названием А) <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math> 1) формула приведения Б) <math>\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha</math> 2) основное тригонометрическое тождество В) <math>\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha</math> 3) формула сложения Г) <math>\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha</math> 4) формула двойного угла Ответ: А-2 Б-4 В-1 Г-3</p>

**3.1.4. Функции, их свойства и графики.**



<p>1. Найдите область определения функции:  <math>y = \operatorname{tg} 2x</math></p> <p>A) <math>0 \leq x &lt; \frac{\pi n}{4}, n \in Z</math> B) <math>0 &lt; x &lt; \frac{\pi n}{2}, n \in Z</math></p> <p>C) <math>\frac{\pi n}{2} \leq x &lt; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z</math></p> <p>D) <math>\frac{\pi n}{2} \leq x &lt; \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z</math></p> <p>E) <math>0 &lt; x &lt; \frac{\pi n}{4} + 2\pi n, n \in Z</math></p>	<p>6. Найдите множество значений функций:  <math>y = 2 + \cos 4x</math></p> <p>A) (0;3) <b>B) [2;3]</b> C) 0 D) [-3;0] E) (-3;3)</p>
<p>2. Найдите область определения функции:  <math>y = \log_2(x^2 - x) + \lg x</math></p> <p>A) (0;1) B) (0;∞) C) <math>(-\infty;0) \cup (1;\infty)</math> <b>D) (1;∞)</b> E) <math>(-\infty;0)</math></p>	<p>7. Найдите а) наименьшее; б) наибольшее значения функции <math>f(x) = x^3 \left(x - 2\right)^{\frac{2}{3}}</math> на отрезке <math>[-8;-1]</math></p> <p>A) а) -3, б) 40 B) а) 3, б) 40 <b>C) а) -40, б) -3</b> D) а) -38, б) -2 E) а) -40, б) 3</p>
<p>3. Что можно сказать о функции:  <math>y = x^2 + 3x</math></p> <p><b>A) Четная</b> B) Нечетная C) Общего вида D) Ни четная, ни нечетная E) Периодическая</p>	<p>8. Найдите область определения функции:  <math>y = \frac{\log_5(x+2)}{2^x}</math></p> <p>A) <math>x &gt; 1</math> B) <math>0 &lt; x &lt; 2</math> C) <math>x &gt; 2</math> D) <math>x &gt; 0</math> <b>E) <math>x &gt; -2</math></b></p>
<p>4. Найдите область определения функции:  <math>y = \log_{\frac{1}{3}}(3x+4)</math></p> <p>A) <math>\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right)</math> B) <math>\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)</math> C) <math>(-\infty; \infty)</math></p> <p>D) <math>\left(\frac{4}{3}; \infty\right)</math> <b>E) <math>\left(-\frac{4}{3}; \infty\right)</math></b></p>	<p>9. Найдите область определения функции:  <math>y = \frac{-x}{16 - x^2}</math></p> <p>A) <math>x \neq \frac{1}{4}</math> B) <math>x \geq 0, x \neq \pm 4</math> C) <math>x \leq 0</math> D) <math>x \geq 0, x \neq 4</math> <b>E) <math>x \leq 0, x \neq -4</math></b></p>
<p>5. Найдите область значений функции.</p>	<p>10. Какая из функций в области определения является нечетной:</p>

$f(x) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$ A) $(-\infty; \infty)$ B) $(-\infty; 1)$ C) $(-\infty; -1)$ D) $(-1; \infty)$ E) $(1; \infty)$	A) $y = \frac{x+x^3}{x^2-4}$ B) $y = \frac{x+x^8}{x^2-4}$ C) $y = \frac{x+x^6}{x^2-4}$ D) $y = \frac{x+x^4}{x^2-4}$ E) $y = \frac{x+x^2}{x^2-4}$
---	---

### 3.1.5. Многогранники.

1. Заполните пропуски и закончите предложения. А) Трёхгранным углом называется . . . Б) Боковые рёбра призмы . . . В) Параллелепипед - . . . Г) В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали . . . Д) Диагонали призмы – это . . . Е) Высотой призмы называется . . . Ж) Гранями усечённой пирамиды является . . . З) Объём прямоугольного параллелепипеда равен . . . И) Площадь боковой поверхности пирамиды равна . . .	7. Заполните пропуски и закончите предложения. А) Двугранным углом называется . . . Б) Основания призмы . . . В) Призма называется прямой, если . . . Г) Диагонали параллелепипеда пересекаются . . . Д) Прямоугольный параллелепипед – это . . . Е) Боковые рёбра пирамиды – это . . . Ж) Гранями пирамиды является . . . З) Объём призмы равен . . . И) Площадь боковой поверхности параллелепипеда равна . . .
2. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям, равным 3 см, 4 см, 5 см. а) 70 см <sup>2</sup> ; б) 94 см <sup>3</sup> ; в) 84 см <sup>2</sup> ; г) 94 см <sup>2</sup> .	8. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям, равным 2 см, 5 см, 6 см. а) 84 см <sup>2</sup> ; б) 104 см <sup>2</sup> ; в) 94 см <sup>2</sup> ; г) 84 см <sup>3</sup> .
3. Основание пирамиды прямоугольник со сторонами 10 см и 8 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 21 см. Вычислите объём пирамиды. а) 160 см <sup>3</sup> ; б) 53,3 см <sup>3</sup> ; в) 20 см <sup>3</sup> ; г) 53 $\frac{1}{3}$ см.	9. Основание пирамиды прямоугольник со сторонами 4 см и 6 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно $\sqrt{17}$ см. Вычислите объём пирамиды. а) 16 см <sup>3</sup> ; б) 48 см <sup>3</sup> ; в) 32 см <sup>3</sup> ; г) 48 см.
4. В прямоугольном параллелепипеде длина бокового ребра 40 см, а диагональ равна 41 см. Найдите площадь диагонального сечения параллелепипеда. а) 81 см <sup>2</sup> ; б) 360 см; в) 180 см <sup>2</sup> ; г) 360 см <sup>2</sup> .	10. В прямоугольном параллелепипеде длина бокового ребра 20 см, а диагональ равна 25 см. Найдите площадь диагонального сечения параллелепипеда. а) 15 см <sup>2</sup> ; б) 300 см; в) 300 см <sup>2</sup> ; г) 70 см <sup>2</sup> .
5. Объём треугольной призмы равен 180 см <sup>3</sup> , стороны основания равны 6 см и 10 см, угол между сторонами основания равен 30°. Найдите высоту пирамиды. а) 24 см; б) 2700 см; в) 60 см; г) 12 см.	11. Объём треугольной призмы равен 480 см <sup>3</sup> , стороны основания равны 8 см и 12 см, угол между сторонами основания равен 30°. Найдите высоту пирамиды. а) 20 см <sup>2</sup> ; б) 0.05 см; в) 40 см; г) 20 см.
6. Стороны оснований усечённой пирамиды равны 4 см, 5 см, 7 см и 8 см, 9 см, 11 см. Длина бокового ребра равна 9 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды. а) 414 см <sup>2</sup> ; б) 207 см <sup>2</sup> ; в) 23 см <sup>2</sup> ; г) 198 см.	12. Стороны оснований усечённой пирамиды равны 3 см, 4 см, 5 см и 6 см, 8 см, 10 см. Длина бокового ребра равна 6 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды. а) 108 см <sup>2</sup> ; б) 216 см <sup>2</sup> ; в) 54 см <sup>2</sup> ; г) 108 см.

### 3.1.6. Тела и поверхности вращения.

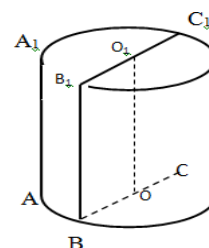
#### 1. Определите верность утверждений.



п/п	Утверждение	Да, нет
1	Радиусом цилиндра называется радиус его основания.	
2	Осью прямого конуса называется прямая, содержащая его образующую.	
3	Через точку, взятую внутри шара и совпадающую с его центром, можно провести бесчисленное множество диаметров.	
4	Всякое сечение шара плоскостью есть окружность.	
5	Плоскость, перпендикулярная оси конуса, пересекает конус по кругу.	
6	Плоскость, проходящая через центр шара, является большим кругом.	
7	Поверхность цилиндра состоит из двух оснований.	
8	Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются образующими конуса.	

2. Соотнесите название элементов цилиндра с их обозначением на рисунке

- |                            |                                      |
|----------------------------|--------------------------------------|
| 1. образующие цилиндра     | A. OB                                |
| 2. высота цилиндра         | B. BB <sub>1</sub> C <sub>1</sub> C  |
| 3. ось цилиндра            | C. AA <sub>1</sub> , BB <sub>1</sub> |
| 4. радиус цилиндра         | D. BB <sub>1</sub>                   |
| 5. осевое сечение цилиндра | E. OO <sub>1</sub>                   |



3. Закончите фразу:

Сфера и плоскость имеют одну общую точку, если...

- A. расстояние от центра шара до плоскости меньше радиуса шара;
- Б. расстояние от центра шара до плоскости равно радиусу шара;
- В. расстояние от центра шара до плоскости больше радиуса шара.

4. Установите, какое утверждение неверно.

- A. любое сечение цилиндра плоскостью, перпендикулярной оси, есть окружность, равная окружности основания;
- Б. любое сечение цилиндра плоскостью есть окружность, равная окружности основания; В. сечением цилиндра плоскостью могут быть круг, прямоугольник, эллипс.

5. Укажите фигуры, в результате вращения которых, наиболее вероятно может получиться конус:

- A. остроугольный треугольник; В. прямоугольный треугольник;
- Б. равносторонний треугольник; Г. равнобедренная трапеция.

6. Из формулы площади сферы  $S=4\pi R^2$  выразите радиус сферы R.

- A.  $R=\sqrt{\frac{S}{4\pi}}$  Б.  $R=\sqrt{\frac{4\pi}{S}}$  В.  $R=\sqrt{4\pi S}$

7. Найдите площадь листа железа, если из него изготовлена труба длиной 8 м и диаметром 32 см.

- A.  $256 \text{ м}^2$  Б.  $2,56 \text{ м}^2$  В.  $2,56\pi \text{ м}^2$

8. Периметр осевого сечения конуса равен 24 см, а величина угла наклона к плоскости основания равна  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности конуса.

- A.  $512\pi \text{ см}^2$  Б.  $48\pi \text{ см}^2$  В.  $48 \text{ см}^2$

9. Найдите площадь полной поверхности конуса, если высота равна 4 см, а величина угла при вершине осевого сечения равна  $90^\circ$ .

- A.  $16\pi(\sqrt{2} + 4) \text{ см}^2$  Б.  $16\pi(\sqrt{2} + 1) \text{ см}^2$  В.  $16\pi\sqrt{2} \text{ см}^2$

### 3.1.7. Начала математического анализа.

$$f(x) = \frac{3x^4 - x^2 + 2}{1 + x + x^4}$$

$$f(x) = \frac{3x^2 - 9x - 12}{2x^2 + x - 36}$$

<p>1. Функция <math>\lim_{x \rightarrow \infty}</math></p> <p>1) бесконечно малая функция 4) имеет предел 2</p>	<p>6. Функция <math>\lim_{x \rightarrow 4}</math></p> <p>1) бесконечно малая функция 4) имеет предел 1/3</p>
<p>2) бесконечно большая функция 5) имеет предел 3</p> <p>3) имеет предел 1</p> <p>Правильный ответ: (5).</p>	<p>2) бесконечно большая функция 5) имеет предел 15/17</p> <p>3) имеет предел 3/2</p> <p>Правильный ответ: (5).</p>
<p>2. Функция <math>f(x) = \frac{x^5 - x^3 + 1}{5x^3 - x^5 + 1} \lim_{x \rightarrow \infty}</math></p> <p>1) бесконечно малая функция 4) имеет предел -1</p> <p>2) бесконечно большая функция 5) имеет предел 1</p> <p>3) имеет предел 1/5</p> <p>Правильный ответ: (4).</p>	<p>7. Функция <math>f(x) = \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 7x - 6} \lim_{x \rightarrow 3}</math></p> <p>1) бесконечно малая функция 4) имеет предел 2/3</p> <p>2) бесконечно большая функция 5) имеет предел 1/2</p> <p>3) имеет предел 7/11</p> <p>Правильный ответ: (3).</p>
<p>3. Функция <math>\lim_{x \rightarrow \infty}</math></p> <p>1) бесконечно малая функция 4) имеет предел 3</p> <p>2) бесконечно большая функция 5) имеет предел 5</p> <p>3) имеет предел 1</p> <p>Правильный ответ: (1).</p>	<p>8. Функция <math>\lim_{x \rightarrow -1}</math></p> <p>1) бесконечно малая функция 4) имеет предел 11/14</p> <p>2) бесконечно большая функция 5) имеет предел 1</p> <p>3) имеет предел 5/8</p> <p>Правильный ответ: (4).</p>
<p>4. Функция <math>f(x) = \frac{4x^3 - x + 2}{1 + 3x - x^2} \lim_{x \rightarrow \infty}</math></p> <p>1) бесконечно малая функция 4) имеет предел -1/3</p> <p>2) бесконечно большая функция 5) имеет предел 2</p> <p>3) имеет предел -4</p> <p>Правильный ответ: (2).</p>	<p>9. Функция <math>f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 6}{3x^2 + 11x + 6} \lim_{x \rightarrow -2}</math></p> <p>1) бесконечно малая функция 4) имеет предел 2/3</p> <p>2) бесконечно большая функция 5) имеет предел 7/11</p> <p>3) имеет предел 1</p> <p>Правильный ответ: (1).</p>
<p>5. Функция <math>\lim_{x \rightarrow 5}</math></p> <p>1) бесконечно малая функция 4) имеет предел 13/21</p> <p>2) бесконечно большая функция 5) имеет предел 1/2</p> <p>3) имеет предел 2/3</p> <p>Правильный ответ: (4).</p>	<p>10. Функция <math>\lim_{x \rightarrow -3}</math></p> <p>1) бесконечно малая функция 4) имеет предел 2/3</p> <p>2) бесконечно большая функция 5) имеет предел 7/11</p> <p>3) имеет предел 1</p> <p>Правильный ответ: (2).</p>

### 3.1.8. Измерения в геометрии.

<p>1. Ребро куба 2a см. Найдите его объем.</p> <p>a) <math>8a^3</math> —</p> <p>b) <math>3a^3</math></p> <p>c) <math>6a^3</math></p> <p>d) <math>2a^2 + 2a</math></p>	<p>6. Ребро куба 3a см. Найдите его объем.</p> <p>a) <math>27a^3</math> —</p> <p>b) <math>9a^3</math></p> <p>c) <math>27a^2</math></p> <p>d) <math>9a^2</math></p>
---	--

<p>2. Стороны основания прямого параллелепипеда 1 см и <math>2\sqrt{2}</math> см, угол между ними <math>45^\circ</math>. Найти объем параллелепипеда, если его боковое ребро 10 см.</p> <p>a) 20; – b) <math>20\sqrt{2}</math> c) <math>10\sqrt{2}</math> d) 40</p>	<p>7. Стороны основания прямого параллелепипеда 2 см и <math>2\sqrt{3}</math> см, угол между ними <math>60^\circ</math>. Найти объем параллелепипеда, если его высота 10 см.</p> <p>a) 60 b) 20– c) <math>40\sqrt{3}</math> d) 40</p>
<p>3. Объем правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой <math>\frac{4}{\sqrt{3}}</math> см и высота <math>3\sqrt{3}</math> см равен</p> <p>a) <math>\frac{16\sqrt{3}}{3}</math>; b) <math>16\sqrt{3}</math>; c) 12; d) <math>\frac{36}{\sqrt{3}}</math> –</p>	<p>8. Объем правильной треугольной пирамиды, сторона основания которой <math>2\sqrt{3}</math> см и высота 1 см равен:</p> <p>a) <math>\sqrt{3}</math> b) <math>2\sqrt{3}</math> c) <math>6\sqrt{3}</math> – d) 24 –</p>
<p>4. Диагональ боковой грани правильной треугольной призмы образует с основанием угол <math>60^\circ</math>. Найти объем призмы, если площадь ее боковой поверхности <math>36\sqrt{3}</math>.</p> <p>a) 36; b) <math>18\sqrt{3}</math> c) <math>9\sqrt{3}</math> d) 18</p>	<p>9. Диагональ боковой грани правильной треугольной призмы образует с основанием угол <math>30^\circ</math>. Найти объем призмы, если площадь ее боковой поверхности <math>72\sqrt{3}</math>.</p> <p>a) <math>108\sqrt{2}</math> b) <math>54\sqrt{2}</math> c) <math>108\sqrt{3}</math> d) <math>54\sqrt{3}</math></p>
<p>5. В основании прямой призмы <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> лежит равнобедренная трапеция, BC параллельна AD, <math>AB=3</math> см, <math>AD=5</math> см. Диагональ <math>B_1 D</math> образует с плоскостью основания угол в <math>45^\circ</math>. Плоскость <math>AA_1 B_1</math> и <math>BDB_1</math> перпендикулярны. Найти объем призмы.</p> <p>a) 30,72 b) 61,44 c) 15,36 d) 45</p>	<p>10. Во сколько раз увеличится объем куба, если все его ребра увеличить в 3 раза?</p> <p>a) 27 b) 9 c) 3 d) 6</p>

### 3.2. Экзамен.

Необходимые справочные материалы выдаются вместе с текстом экзаменационной работы.

Правильное решение каждого из заданий 1 — 13 оценивается 1 баллом, 14 — 19 оценивается 2 баллами, 20 задание оценивается 5 баллами. Задание считается выполненным верно, если выбран правильный ответ из нескольких предложенных, или верно записано решение. Максимальный первичный балл за всю работу — 30.

Постарайтесь правильно выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

## Справочные материалы

### Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращенного умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

### Степень и логарифм

Свойства степени  
при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма  
при  $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

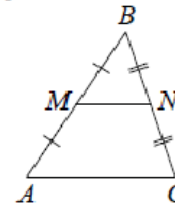
$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

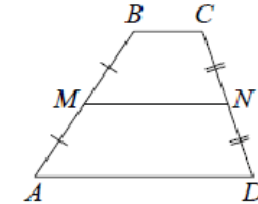
$$\log_a b^k = k \log_a b$$

### Геометрия

Средняя линия треугольника и трапеции

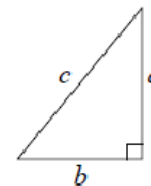


$MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$



$BC \parallel AD$   
 $MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Теорема Пифагора



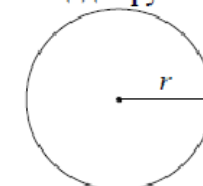
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Длина окружности

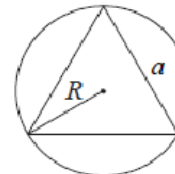
$$C = 2\pi r$$

Площадь круга

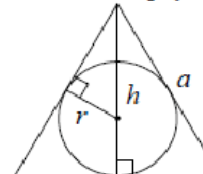
$$S = \pi r^2$$



Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

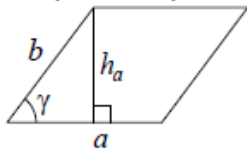


$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

## Площади фигур

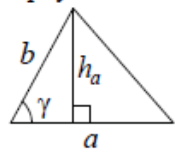
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

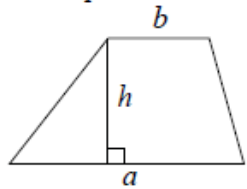
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

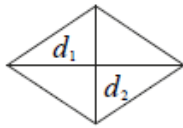
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Ромб

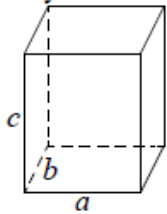


$d_1, d_2$  – диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

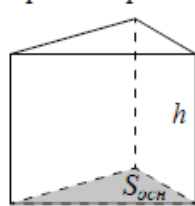
## Площади поверхностей и объёмы тел

Прямоугольный параллелепипед



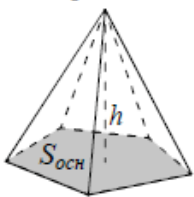
$$V = abc$$

Прямая призма



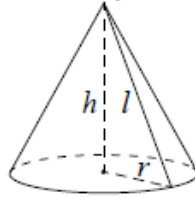
$$V = S_{осн} h$$

Пирамида



$$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$$

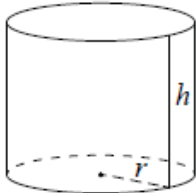
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = \pi r l$$

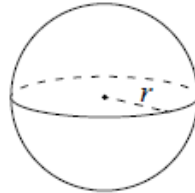
Цилиндр



$$V = \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = 2\pi r h$$

Шар

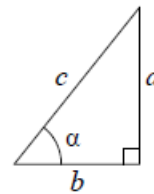


$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$

## Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

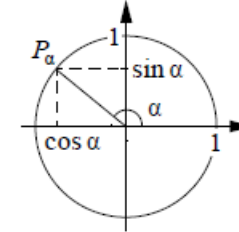


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



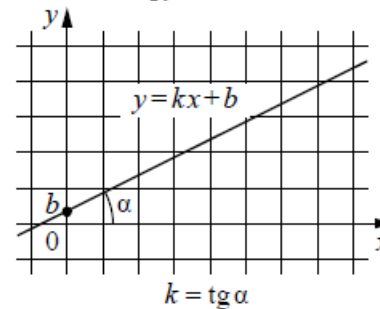
Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

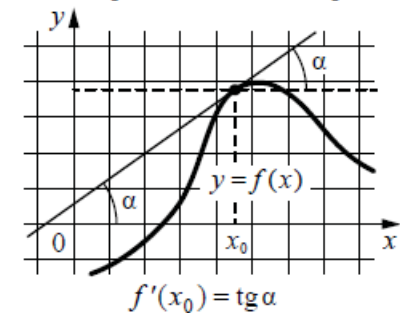
$\alpha$	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

## Функции

Линейная функция



Геометрический смысл производной



**Часть 1. Выберите один правильный ответ (1 – 10):**

1.	Вычислите: $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 5x + 3)$ <b>а.</b> -3 <b>б.</b> $\frac{1}{6}$ <b>в.</b> -4 <b>г.</b> 8
2.	Найдите производную функции $f(x) = 3\cos^3(2 - x^3) + \frac{2x^3}{3}$ <b>а.</b> $f'(x) = 27x^2\cos^2(2 - x^3) \cdot \sin(2 - x^3) + 2x^2$ <b>б.</b> $f'(x) = -27\cos(2 - x^3) \cdot \sin(x) + 2x^2$
	<b>в.</b> $f'(x) = 3x^2\cos^2(2 - x^3) \cdot \sin(2 - x^3) + 3x^2$ <b>г.</b> $f'(x) = -12x\sin(2 - x^3) \cdot \cos(2 - x^3) + 6x^3$
3.	Тело движется по прямой так, что расстояние S (в м) от него до точки M этой прямой изменяется по закону $S(t) = t^4 + \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 8$ . Чему будет равна мгновенная скорость (м/с) через 3 секунды после начала движения? <b>а.</b> 121 м/с <b>б.</b> 107 м/с <b>в.</b> 105 м/с <b>г.</b> 111 м/с
4.	Найдите промежутки возрастания функции $y = x^2(x+6)$ . <b>а.</b> $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$ <b>б.</b> $[-4; 0]$ <b>в.</b> $(-\infty; -6] \cup [0; +\infty)$ <b>г.</b> $[-6; 0]$
5.	Выберите первообразную для функции $f(x) = 4x - 1$ . <b>а.</b> $F(x) = 16x^2 - x$ <b>б.</b> $F(x) = 2x^2$
	<b>в.</b> $F(x) = 2x^2 - x + 1$ <b>г.</b> $F(x) = 16x^2$
6.	Вычислите интеграл $\int_0^1 (6x^2 - 2x) dx$ . <b>а.</b> 0 <b>б.</b> -1 <b>в.</b> 1 <b>г.</b> 4
7.	В результате подстановки $t = x^2 + 5$ интеграл $\int \frac{xax}{(x^2+5)^5}$ приводится к виду: <b>а.</b> $\int \frac{dt}{t^5}$ <b>б.</b> $\frac{1}{2} \int \frac{dt}{t^5}$ <b>в.</b> $\frac{1}{2} \int \frac{xdt}{t^5}$ <b>г.</b> $\int \frac{1}{2} t^5 dt$
8.	Решите уравнение $\sqrt{2 - x^2} = -x$ . <b>а.</b> 1 <b>б.</b> -1 <b>в.</b> 2 <b>г.</b> 0
9.	Решите уравнение $\log_3(2x - 11) = 2$ . <b>а.</b> 6,5 <b>б.</b> 10 <b>в.</b> 2 <b>г.</b> -1
10.	Найдите длину вектора $\vec{a}\{-3; -4; 2\}$ <b>а.</b> $\sqrt{29}$ <b>б.</b> 29 <b>в.</b> -18 <b>г.</b> $\sqrt{5}$

**Часть 2. Продолжите фразу (11 – 13):**

11.	Две прямые в пространстве называются ....., если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.
12.	Каждая координата середины отрезка равна ..... соответствующих координат его концов.
13.	Многогранная объемная фигура, которая состоит из двух одинаковых плоских многоугольников (основ), находящихся в двух параллельных плоскостях, а другие грани (боковые грани) - параллелограммы, что имеют общие стороны с этими многоугольниками, называется .....

**Часть 3. Запишите подробное решение (14 – 20):**

14.	Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}$ .
15.	Решить уравнение: $8\sin^2x + \sin x \cos x + \cos^2x - 4 = 0$ .
16.	Решить логарифмическое уравнение: $\log_5(3x - 7) = 2 + \log_5 2$ .
17.	Решите показательное уравнение: $7^{3x-14} = \frac{1}{49}$
18.	Найти производную функции: $y = -ctg^3(x^2 + 5)$ .
19.	Вычислить расстояние между двумя точками $C(2; -1; 3)$ и $C_1(-3; 2; 4)$ .

20.	Исследуйте функцию и постройте ее график: $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$ .			
<b>Вариант № 2.</b>				
<b>Часть 1. Выберите один правильный ответ (1 – 10):</b>				
1.	Вычислите: $\lim_{x \rightarrow -4} (5 - 3x - x^2)$ <b>а.</b> -4 <b>б.</b> 1 <b>в.</b> -3 <b>г.</b> 2			
2.	Найдите производную функции $f(x) = 3\sin^2(2 - x^2) + 3x^2$ <b>а.</b> $f'(x) = 6x - 4x\cos(2 - x^2) \cdot \sin(2 - x^2)$ <b>б.</b> $f'(x) = -4\cos(2 - x^2) \cdot \sin(x)$			
	<b>в.</b> $f'(x) = x - 6x\cos(2 - x^2) \cdot \sin^2(2 - x^2)$ <b>г.</b> $f'(x) = -12x\sin(2 - x^2) \cdot \cos(2 - x^2) + 6x$			
3.	Тело движется по прямой так, что расстояние S (в м) от него до точки M этой прямой изменяется по закону $S(t) = \frac{1}{4}t^4 + t^3 - \frac{1}{2}t^2 + 12$ . Чему будет равна мгновенная скорость (м/с) через 4 секунды после начала движения? <b>а.</b> 181 м/с <b>б.</b> 108 м/с <b>в.</b> 105 м/с <b>г.</b> 100 м/с			
4.	Найдите промежутки возрастания функции $y = 12x^2 - 2x^3$ . <b>а.</b> $(-\infty; 4] \cup [0; +\infty)$ <b>б.</b> $[-4; 0]$ <b>в.</b> $[0; 4]$ <b>г.</b> $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$			
5.	Выберите первообразную для функции $f(x) = 2 - x$ . <b>а.</b> $F(x) = 2x - 2x^2$ <b>б.</b> $F(x) = -0,5x^2 + 2x + 1$			
	<b>в.</b> $F(x) = 2 - x^2$ <b>г.</b> $F(x) = -0,5x^2$			
6.	Вычислите интеграл $\int_{-1}^1 (x^3 + 2x - 1) dx$ . <b>а.</b> -2 <b>б.</b> 2 <b>в.</b> 1 <b>г.</b> 3			
7.	В результате подстановки $t = 4x + 1$ интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2(4x+1)}$ приводится к виду: <b>а.</b> $\int \sin^2 t dt$ <b>б.</b> $\int \frac{dt}{\sin^2 t}$ <b>в.</b> $\frac{1}{4} \int \frac{dt}{\sin^2 t}$ <b>г.</b> $4 \int \frac{dt}{\sin^2 t}$			
8.	Решите уравнение $\sqrt{x^2 + x - 10} = x$ <b>а.</b> 0 <b>б.</b> 4 <b>в.</b> 1 <b>г.</b> 10			
9.	Решите уравнение $\log_4(3x - 2) = 3$ . <b>а.</b> 22 <b>б.</b> 5 <b>в.</b> 3 <b>г.</b> 18			
10.	Найдите длину вектора $\vec{a}\{5; 2; 3\}$ <b>а.</b> $\sqrt{38}$ <b>б.</b> 20 <b>в.</b> -38 <b>г.</b> 10			

**Часть 2. Продолжите фразу (11 – 13):**

11.	Две прямые называются ..... , если они не лежат в одной плоскости.
12.	Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждой из них выбрано направление и выбрана единица измерения отрезков, то говорят, что задана ..... система координат.
13.	Многогранная объемная фигура, ограниченная плоским многоугольником (основой) и треугольниками, имеющих общую вершину, не лежащую в плоскости основания, называется .....

**Часть 3. Запишите подробное решение (14 – 20):**

14.	Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x}-1}{\sqrt{5-x}-2}$
15.	Решить уравнение: $\cos^2 x + \sin x \cos x = 1$ .
16.	Решить логарифмическое уравнение: $\log_3(4x - 6) = \log_3 2 + 3$ .
17.	Решите показательное уравнение: $3^{2x-19} = \frac{1}{243}$
18.	Найти производную функции: $y = 2\sin^3(\sqrt{x+1})$ .

19.	Вычислить расстояние между двумя точками $C(2;-3;-2)$ и $C_1(1;-2;4)$ .
20.	Исследуйте функцию и постройте ее график: $y = x^3 + 3x^2$ .

Вариант № 3.

**Часть 1. Выберите один правильный ответ (1 – 10):**

1.	Вычислите: $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 3x + 4)$ а. 3                      б. -2                      в. -5                      г. 2
2.	Найдите производную функции $f(x) = \frac{3x^5}{5} - \sin^3(x^2 + 1)$ а. $f'(x) = 3x^5 - 4x \cos(3x - 2) \cdot \sin(3x - 2)$ б. $f'(x) = -3x^3 - 4 \cos(2x - 2) \cdot \sin(x)$
	в. $f'(x) = 3x^4 - 6x \cos(x^2 + 1) \cdot \sin^2(x^2 + 1)$ г. $f'(x) = 3x^4 - 2 \sin(2x) \cdot \cos(x)$
3.	Тело движется по прямой так, что расстояние $S$ (в м) от него до точки $M$ этой прямой изменяется по закону $S(t) = \frac{3}{4}t^4 - \frac{2}{3}t^3 - 3t^2 - 21$ . Чему будет равна мгновенная скорость (м/с) через 3 секунды после начала движения? а. 81 м/с                      б. 87 м/с                      в. 45 м/с                      г. 91 м/с
4.	Найдите промежутки убывания функции $y = 12x^2 - 2x^3$ . а. $(-\infty; 4] \cup [0; +\infty)$ б. $[-4; 0]$ в. $[4; 6]$ г. $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$
5.	Выберите первообразную для функции $f(x) = 3x^2 - 2$ . а. $F(x) = x^3 - 2x + 2$ б. $F(x) = 3x^3 - 2x$
	в. $F(x) = x^2$ г. $F(x) = x^3 - x$
6.	Вычислите интеграл $\int_{-1}^2 \frac{48ax}{x^3 - 1} dx$ а. 48                      б. 24                      в. 0                      г. 18
7.	В результате подстановки $t = \sin x$ интеграл $\int \frac{z \cos x dx}{\sin^4 x}$ приводится к виду: а. $2 \int t^4 dt$ б. $\int \frac{2dt}{t^4}$ в. $\int \frac{dt}{t^4}$ г. $\int t^4 dt$
8.	Решите уравнение $\sqrt{x-2} = \sqrt{3x-6}$ а. 2                      б. 4                      в. 0                      г. 1
9.	Решите уравнение $\log_5(6x - 5) = 2$ . а. -5                      б. 7                      в. 5                      г. 4
10.	Найдите длину вектора $\vec{a}\{-2; 4; 0\}$ а. -4                      б. 20                      в. $\sqrt{6}$ г. $2\sqrt{5}$

**Часть 2. Продолжите фразу (11 – 13):**

11.	Прямая называется ..... к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.
12.	Векторы называются ....., если при откладывании их от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости.
13.	Тело, которое состоит из двух кругов, совмещаемых параллельным переносом и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов, называется .....

**Часть 3. Запишите подробное решение (14 – 20):**

14.	Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}}$ .
15.	Решить уравнение: $2\sin^2 x + 5\cos x \sin x + \cos^2 x = 4$ .
16.	Решить логарифмическое уравнение: $\log_2(5x + 8) = \log_2 3 + 4$ .
17.	Решите показательное уравнение: $5^{12-3x} = \frac{1}{125}$
18.	Найти производную функции: $y = 2tg^7(x^2 + x)$ .
19.	Вычислить расстояние между двумя точками $C(1;-3;2)$ и $C_1(3;-5;4)$ .



20.	Исследуйте функцию и постройте ее график: $y = 8x^2 - x^4$ .
-----	--

Вариант № 4.

**Часть 1. Выберите один правильный ответ (1 – 10):**

1.	Вычислите: $\lim_{x \rightarrow -3} (5 + 2x + x^2)$ <b>а.</b> 4 <b>б.</b> 1 <b>в.</b> 8 <b>г.</b> -8
2.	Найдите производную функции $f(x) = \frac{x^4}{2} + 2\cos^2(3x - 2)$ <b>а.</b> $f'(x) = 2x^3 - 12\cos(3x - 2) \cdot \sin(3x - 2)$ <b>б.</b> $f'(x) = -2x^3 - 4\cos(3x - 2) \cdot \sin(x)$
	<b>в.</b> $f'(x) = 2x^3 + 4\cos(3x - 2) \cdot \sin(3x - 2)$ <b>г.</b> $f'(x) = \frac{x^3}{2} + 4\sin(3x - 2)$
3.	Тело движется по прямой так, что расстояние $S$ (в м) от него до точки $M$ этой прямой изменяется по закону $S(t) = 2t^4 - \frac{1}{3}t^3 + 5t^2 - 4$ . Чему будет равна мгновенная скорость (м/с) через 2 секунды после начала движения? <b>а.</b> 81 м/с <b>б.</b> 80 м/с <b>в.</b> 145 м/с <b>г.</b> 86 м/с
4.	Найдите промежутки убывания функции $y = x^2(x + 6)$ . <b>а.</b> $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$ <b>б.</b> $[-4; 0]$ <b>в.</b> $[-6; 0]$ <b>г.</b> $(-\infty; 6] \cup [0; +\infty)$
5.	Выберите первообразную для функции $f(x) = 3 - 6x^2$ . <b>а.</b> $F(x) = 3x - 2x^3 + 5$ <b>б.</b> $F(x) = 6x^2 - 3$
	<b>в.</b> $F(x) = -12x$ <b>г.</b> $F(x) = 3x - 6x^3$
6.	Вычислите интеграл $\int_1^{2+\sqrt{4x}} \frac{1}{x^2}$ <b>а.</b> 9 <b>б.</b> 12 <b>в.</b> -6 <b>г.</b> -22
7.	В результате подстановки $t = 2x^3 - 1$ интеграл $\int \frac{x^2 dx}{(2x^3 - 1)^7}$ приводится к виду: <b>а.</b> $\int \frac{x^2 dt}{t^7}$ <b>б.</b> $\frac{1}{6} \int \frac{dt}{t^5}$ <b>в.</b> $\frac{1}{6} \int \frac{dt}{t^7}$ <b>г.</b> $\int \frac{1}{t} dt$
8.	Решите уравнение $\sqrt{2 - x^2} = x$ . <b>а.</b> 2 <b>б.</b> 1 <b>в.</b> -1 <b>г.</b> -2
9.	Решите уравнение $\log_3(7x + 11) = 4$ . <b>а.</b> 0 <b>б.</b> 1 <b>в.</b> 10 <b>г.</b> 3
10.	Найдите длину вектора $\vec{a}\{2; 3; -1\}$ <b>а.</b> 4 <b>б.</b> 6 <b>в.</b> $\sqrt{14}$ <b>г.</b> $\sqrt{12}$

**Часть 2. Продолжите фразу (11 – 13):**

11.	Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они .....
12.	Отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой – концом, называется .....
13.	Тело, которое состоит из круга – основание, точки, не принадлежащей плоскости этого круга, — вершины и всех отрезков, соединяющих вершину и точки окружности основания, называется .....

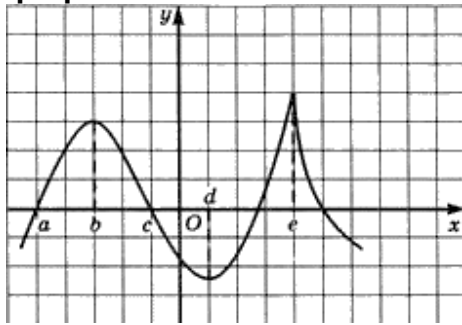
**Часть 3. Запишите подробное решение (14 – 20):**

14.	Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x} + 1 - 5}$ .
15.	Решить уравнение: $\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$
16.	Решить логарифмическое уравнение: $\log_6(3x + 6) = \log_6 3 + 1$ .
17.	Решите показательное уравнение: $(\frac{1}{2})^{18 - 3x} = 64$ .
18.	Найти производную функции: $y = 2\cos^6(2x - 6 - 5)$
19.	Вычислить расстояние между двумя точками $C(5; -2; 1)$ и $C_1(3; -2,5; -4)$ .
20.	Исследуйте функцию и постройте ее график: $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$ .

### 3.3. Контрольная работа.

#### 3.3.1. Функции, их свойства и графики.

1. Исследуйте функцию заданную графиком.



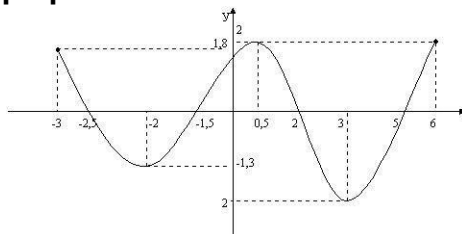
2. Постройте график функции, если известны её свойства:

1.  $D(f)=[-2;8]$ .
2.  $E(f)=[7;0]$ .
3. Точки пересечения с осью OX:  $(0;0)$ .
4. Промежутки знакопостоянства:  $f(x)>0$  на  $[-2;0)$ ,  $(0;8]$ .
5. Точки максимума, максимум функции:  $f(4)=2$ .
6. Точки минимума, минимум функции:  $f(0)=0$ .
7. Дополнительные точки:  $f(-2)=7$ ,  $f(8)=1$ .

3. Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2} \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) - 2$$

1. Исследуйте функцию заданную графиком.



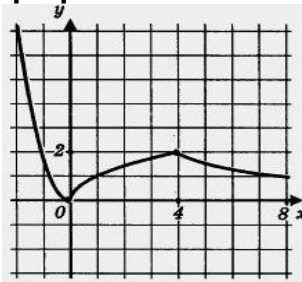
2. Постройте график функции, если известны её свойства:

1.  $D(f)=[-7;7]$ .
2.  $E(f)=[-3;6]$ .
3. Точки пересечения с осью OX:  $(-7;0)$ ,  $(-4;0)$ ,  $(0;0)$ ,  $(5;0)$ .
4. Промежутки знакопостоянства:  $f(x)>0$  на  $[-7;-4]$ ,  $[0;7]$ ;  $f(x)<0$  на  $[-4;0]$ .
5. Точки максимума, максимум функции:  $f(-5,5)=2$ ,  $f(2)=4$ .
6. Точки минимума, минимум функции:  $f(-2)=-3$ ,  $f(4)=1$ .
7. Дополнительные точки:  $f(-7)=0$ ,  $f(7)=6$ .

3. Постройте график функции

$$y = \frac{1}{3} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) - 1$$

1. Исследуйте функцию заданную графиком.



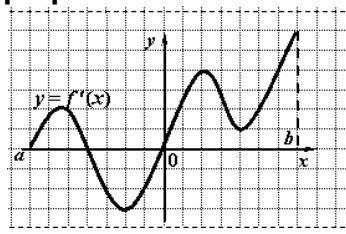
2. Постройте график функции, если известны её свойства:

1.  $D(f)=[-6;6]$ .
2.  $E(f)=[-3,5;4]$ .
3. Точки пересечения с осью OX:  $(-5;0)$ ,  $(-1;0)$ ,  $(3;0)$ ,  $(5;0)$ ; с OY:  $(0,-2)$ .
4. Промежутки знакопостоянства:  $f(x)>0$  на  $[-5;-1]$ ,  $[3;5]$ ;  $f(x)<0$  на  $[-6;-5]$ ,  $[-1;3]$ ,  $[5;6]$ .
5. Точки максимума, максимум функции:  $f(-3)=3$ ,  $f(4)=4$ .
6. Точки минимума, минимум функции:  $f(1)=-3,5$ .
7. Дополнительные точки:  $f(-6)=2$ ,  $f(6)=-1$ .

3. Постройте график функции

$$y = \frac{3}{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) + \frac{3}{2}$$

1. Исследуйте функцию заданную графиком.



2. Постройте график функции, если известны её свойства:

1.  $D(f)=[-3;6]$ .
2.  $E(f)=[-2;2]$ .
3. Точки пересечения с осью OX:  $(-2,5;0)$ ,  $(-1,5;0)$ ,  $(2;0)$ ,  $(5;0)$ ; с OY:  $(1,5;0)$ .
4. Промежутки знакопостоянства:  $f(x)>0$  на  $[-3;-2,5]$ ,  $[-1,5;2]$ ,  $[5;6]$ ;  $f(x)<0$  на  $[-2,5;-1,5]$ ,  $[2;5]$ .
5. Точки максимума, максимум функции:  $f(0,5)=2$ .
6. Точки минимума, минимум функции:  $f(-2)=-1,3$ ;  $f(3)=2$ .
7. Дополнительные точки:  $f(-3)=1,8$ ;  $f(6)=2$ .

3. Постройте график функции

$$y = 3 \cos \left( x - \frac{\pi}{3} \right) - 2$$

### 3.3.2. Координаты и векторы.

Вариант № 1.	Вариант № 2.
1. Заданы векторы $\vec{a}\{3; 5; -7\}$ , $\vec{b}\{3; 5; 8; -7\}$ , $\vec{c}\{\frac{3}{5}; -5; -\frac{2}{7}\}$ . Найти координаты вектора $\vec{p} = 2 \cdot \vec{b} - 5 \cdot \vec{c} + 7\vec{a}$	1. Заданы векторы $\vec{a}\{1; 4; 5\}$ , $\vec{b}\{-4; 5; 7; -7\}$ , $\vec{c}\{\frac{3}{7}; -5; \frac{2}{8}\}$ . Найти координаты вектора $\vec{p} = 3 \cdot \vec{b} - 5 \cdot \vec{c} + 2\vec{a}$
2. Найти координаты вектора $\vec{AB}$ если $\vec{A}\{1; \frac{1}{8}; 7; 2\}$ , $\vec{B}\{5; 3; \frac{1}{5}\}$	2. Найти координаты вектора $\vec{AB}$ если $\vec{A}\{1; \frac{1}{8}; 7; 2\}$ , $\vec{B}\{5; 3; \frac{1}{5}\}$
3. Найти длину векторов $\vec{a}\{2; 5; -7\}$ , $\vec{b}\{3; 3; 8; -9\}$ , $\vec{c}\{\frac{3}{9}; -5; -\frac{3}{7}\}$ .	3. Найти длину векторов $\vec{a}\{1; 1; 5; 2\}$ , $\vec{b}\{2; 3; 5; -2\}$ , $\vec{c}\{\frac{-3}{9}; -8; -\frac{3}{7}\}$ .
4. Найти скалярное произведение векторов: а) $\vec{a}\{2; 5; -1, 1\}$ , $\vec{b}\{3; 2; 8; -1, 2\}$ . б) $\vec{a}\{3; 1; -2\}$ , $\vec{b}\{\frac{3}{5}; -6; -2\}$ , $\vec{c}\{\frac{3}{7}; -2; -\frac{1}{2}\}$ . в) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если $2 \cdot \vec{a}\{2; 5; -3\}$ , $\vec{b}\{3; 4; 5\}$ .	4. Найти скалярное произведение векторов: а) $\vec{a}\{1; -5; -1, 3\}$ , $\vec{b}\{3; -7; 8; -1, 2\}$ . б) $\vec{a}\{3; -1; -2\}$ , $\vec{b}\{\frac{3}{5}; 2; -2\}$ , $\vec{c}\{\frac{3}{7}; 0; -\frac{2}{2}\}$ . в) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если $3 \cdot \vec{a}\{2; 6; -3\}$ , $\vec{b}\{1; 4; 5\}$ .
5. Найти косинус угла между векторами: а) $\vec{a}\{1; 0; -1, 2\}$ , $\vec{b}\{1; 2; 3\}$ . б) $\vec{a}\{8; 1; -2\}$ , $\vec{b}\{\frac{3}{5}; 0; 2; -2\}$ ,	5. Найти косинус угла между векторами: а) $\vec{a}\{1; -1; -1, 3\}$ , $\vec{b}\{1; 5; 3\}$ . б) $\vec{a}\{1; 1; -2\}$ , $\vec{b}\{\frac{3}{5}; 2; 2; -2\}$ ,
6. Запишите координаты векторов $\vec{a} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2,1\vec{k}$ , $\vec{b} = -2\vec{i} - 2,4\vec{k}$ , $\vec{c} = 2\vec{i}$ , $\vec{d} = -\frac{5}{7}\vec{j} - 1,1\vec{k}$ .	6. Запишите координаты векторов $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 1,1\vec{k}$ , $\vec{b} = 3\vec{i} - 2,4\vec{k}$ , $\vec{c} = -2\vec{i}$ , $\vec{d} = -\frac{3}{7}\vec{j} + 2,1\vec{k}$ .
7. Даны векторы $\vec{a}\{2; 5; -7\}$ , $\vec{b}\{3; 3; 8; -9\}$ , $\vec{c}\{\frac{3}{9}; -5; -\frac{3}{7}\}$ . Запишите разложения этих векторов по координатным векторам.	7. Даны векторы $\vec{a}\{-2; 1; -7\}$ , $\vec{b}\{3; 1; 8; 1\}$ , $\vec{c}\{\frac{-3}{9}; -5; -\frac{3}{6}\}$ . Запишите разложения этих векторов по координатным векторам.
8. Даны векторы $\vec{a}\{1; -4; -3\}$ , $\vec{b}\{2; 3; 3; -6\}$ , $\vec{c}\{\frac{3}{10}; -1; 0\}$ . Найдите: а) $ \vec{a} - \vec{b} $ б) $ \vec{a}  +  \vec{b} $ в) $ \vec{a}  -  \vec{b} $ г) $ 2\vec{c} - 2\vec{b} $	8. Даны векторы $\vec{a}\{-1; -4; 2; -3\}$ , $\vec{b}\{1; 3; 3; -2\}$ , $\vec{c}\{\frac{2}{10}; -1; 1\}$ . Найдите: а) $ \vec{a} - \vec{b} $ б) $ \vec{a}  +  \vec{b} $ в) $ \vec{a}  -  \vec{b} $ г) $ 3\vec{c} - 2\vec{b} $
9. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 1,1\vec{k}$ , $\vec{b} = -3\vec{j} + 5\vec{k}$ . Вычислите: а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ б) $ \vec{a} $ в) $ \vec{b} $ г) $ \vec{a} \cdot \vec{b} $	9. Даны векторы $\vec{a} = -2\vec{i} - 2\vec{j}$ , $\vec{b} = 7\vec{j} + 2\vec{k}$ . Вычислите: а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ б) $ \vec{a} $ в) $ \vec{b} $ г) $ \vec{a} \cdot \vec{b} $
Вариант № 3.	Вариант № 4.
1. Заданы векторы $\vec{a}\{-2; 2; 2; -1\}$ , $\vec{b}\{3; 5; 1; -3\}$ , $\vec{c}\{-2; -5; -\frac{2}{7}\}$ . Найти координаты вектора $\vec{p} = -2 \cdot \vec{b} - 5 \cdot \vec{c} + 2 \cdot \vec{a}$	1. Заданы векторы $\vec{a}\{1; 5; -2\}$ , $\vec{b}\{3; 2; 8; -4\}$ , $\vec{c}\{\frac{3}{5}; -1; -\frac{2}{7}\}$ . Найти координаты вектора $\vec{p} = -2 \cdot \vec{b} - 5 \cdot \vec{c} + 2\vec{a}$
2. Найти координаты вектора $\vec{AB}$ если $\vec{A}\{1; \frac{1}{3}; 2; 2\}$ , $\vec{B}\{-1; 3; \frac{1}{5}\}$	2. Найти координаты вектора $\vec{AB}$ если $\vec{A}\{1; 5; 0; 2\}$ , $\vec{B}\{5; 1; \frac{1}{5}\}$
3. Найти длину векторов $\vec{a}\{2; 1; -1\}$ , $\vec{b}\{3; -3; 0; -9\}$ , $\vec{c}\{\frac{3}{9}; -1; 6\}$ .	3. Найти длину векторов $\vec{a}\{1; 5; -2\}$ , $\vec{b}\{3; 1; 8; -5\}$ , $\vec{c}\{\frac{6}{9}; -1; -\frac{3}{7}\}$ .
4. Найти скалярное произведение векторов: а) $\vec{a}\{2; 1; -1, 1\}$ , $\vec{b}\{5; 2; 5; -1, 2\}$ . б) $\vec{a}\{1; 1; -2\}$ , $\vec{b}\{\frac{3}{5}; 0; -2\}$ , $\vec{c}\{0; 1; -\frac{1}{2}\}$ . в) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если $5 \cdot \vec{a}\{2; 5; -3\}$ , $\vec{b}\{3; 4; 5\}$ .	4. Найти скалярное произведение векторов: а) $\vec{a}\{2; 5; -1, 1\}$ , $\vec{b}\{3; 2; 8; -1, 2\}$ . б) $\vec{a}\{4; 6; -1\}$ , $\vec{b}\{\frac{1}{7}; 2; -4\}$ , $\vec{c}\{\frac{3}{7}; -5; -\frac{2}{3}\}$ . в) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если $2 \cdot \vec{a}\{6; 5; 3\}$ , $\vec{b}\{3; 1; 5\}$ .
5. Найти косинус угла между векторами:	5. Найти косинус угла между векторами:

<p><b>а)</b> <math>\vec{a}\{1; 0; -1,1\}</math>, <math>\vec{b}\{1; 5; 3\}</math>.</p> <p><b>б)</b> <math>\vec{a}\{1; 1; -2\}</math>, <math>\vec{b}\{\frac{1}{5}; 0,3; -2\}</math>,</p>	<p><b>а)</b> <math>\vec{a}\{-2; 4; -3,2\}</math>, <math>\vec{b}\{1; -2; -3\}</math>.</p> <p><b>б)</b> <math>\vec{a}\{7,3; 1; -2\}</math>, <math>\vec{b}\{\frac{3}{5}; 2; -2\}</math>,</p>
<p><b>6.</b> Запишите координаты векторов <math>\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}</math>, <math>\vec{b} = -\vec{i} - 2,4\vec{k}</math>, <math>\vec{c} = 5\vec{i}</math>, <math>\vec{d} = -\frac{4}{7}\vec{j} - 4\vec{k}</math>.</p>	<p><b>6.</b> Запишите координаты векторов <math>\vec{a} = 2\vec{i} + 5,4\vec{j} - \vec{k}</math>, <math>\vec{b} = -7\vec{i} - 4\vec{k}</math>, <math>\vec{c} = 5\vec{i}</math>, <math>\vec{d} = -\frac{5}{7}\vec{j} - 4,3\vec{k}</math>.</p>
<p><b>7.</b> Даны векторы <math>\vec{a}\{-6; 1; -1\}</math>, <math>\vec{b}\{3; 5; -9\}</math>, <math>\vec{c}\{\frac{2}{9}; -5; -\frac{2}{7}\}</math>. Запишите разложения этих векторов по координатным векторам.</p>	<p><b>7.</b> Даны векторы <math>\vec{a}\{2; -5; -7\}</math>, <math>\vec{b}\{-3; 3,8; -9\}</math>, <math>\vec{c}\{\frac{3}{9}; -2; -\frac{3}{7}\}</math>. Запишите разложения этих векторов по координатным векторам.</p>
<p><b>8.</b> Даны векторы <math>\vec{a}\{2; 2; 2\}</math>, <math>\vec{b}\{2; 3,3; -6\}</math>, <math>\vec{c}\{\frac{3}{10}; -1; 2\}</math>. Найдите:</p> <p><b>а)</b> <math> \vec{a} - \vec{b} </math> <b>в)</b> <math> \vec{a}  +  \vec{b} </math></p> <p><b>г)</b> <math> 2\vec{a}  -  \vec{b} </math> <b>д)</b> <math> 2\vec{c} - 2\vec{b} </math></p>	<p><b>8.</b> Даны векторы <math>\vec{a}\{1; -4; 3\}</math>, <math>\vec{b}\{2; 3; 6\}</math>, <math>\vec{c}\{\frac{3}{7}; -2,6; 0\}</math>. Найдите:</p> <p><b>а)</b> <math> \vec{a} - \vec{b} </math> <b>в)</b> <math> \vec{a}  +  \vec{b} </math></p> <p><b>г)</b> <math> \vec{a}  -  \vec{b} </math> <b>д)</b> <math> 2\vec{c} - 2\vec{b} </math></p>
<p><b>9.</b> Даны векторы <math>\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2,1\vec{k}</math>, <math>\vec{b} = -4 + 2\vec{k}</math>. Вычислите:</p> <p><b>а)</b> <math>\vec{a}\vec{b}</math> <b>б)</b> <math>\vec{a}\vec{b}</math> <b>в)</b> <math>\vec{b}\vec{k}</math></p>	<p><b>9.</b> Даны векторы <math>\vec{a} = 5\vec{i} - 4\vec{j} - 3,3\vec{k}</math>, <math>\vec{b} = -3\vec{j} + 2\vec{k}</math>. Вычислите:</p> <p><b>а)</b> <math>\vec{a}\vec{b}</math> <b>б)</b> <math>\vec{a}\vec{b}</math> <b>в)</b> <math>\vec{b}\vec{k}</math></p>

### 3.3.3. Элементы комбинаторики.

<p><b>Вариант 1.</b></p> <p>Сколькими различными способами можно распределить между шестью лицами две различные путевки в санаторий?</p> <p>Из 20 учащихся кружка математики четверых необходимо отправить на олимпиаду. Сколькими способами можно составить команду?</p> <p>Решить уравнение: <math>A_n^5 = 30A_{n-2}^4</math></p> <p>Из 26 учащихся кружка математики четверых необходимо отправить на олимпиаду. Сколькими способами можно составить команду?</p> <p>Решить уравнение: <math>A_m^5 = -18A_m^3</math></p>
<p><b>Вариант 2.</b></p> <p>В классе изучаются 7 предметов. В среду 4 урока, причем все разные. Сколькими способами можно составить расписание на среду?</p> <p>Из 15 членов туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?</p> <p>Решить уравнение: <math>A_{x+1}^{x-2} = A_x^{x-1}</math></p> <p>В магазине «Филателия» продается 8 различных марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?</p> <p>Решить уравнение: <math>\frac{P_{n+5}}{P_{n-k}} = 240A_{n+3}^{k+3}</math>, <math>k \leq n</math>. Найдите <math>n</math></p>
<p><b>Вариант 3.</b></p> <p>Сколькими способами можно составить флаг, состоящий из трех горизонтальных полос различных цветов, если имеется материал пяти цветов?</p> <p>На тренировках занимаются 10 баскетболистов. Сколько различных стартовых пятерок может образовать тренер?</p> <p>Решить уравнение: <math>A_n^5 = 30A_{n-2}^4</math></p> <p>Сколько сигналов можно подать пятью различными флажками, поднимая их в любом количестве и в произвольном порядке?</p> <p>Решить уравнение: <math>A_m^5 = -18A_m^3</math></p>

### 3.3.4. Начала математического анализа.

1 вариант		2 вариант	
Вычислить пределы функции:		Вычислить пределы функции:	
1	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{18n^4 + n^3 + 21n}{-8 + 3n^4 - n^2}$	1	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^9 - 4n^5 + 4n}{5n^5 + 3n^9 - 24n^5}$
2	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^{13} - 15 - 3n}{8n + 6n^{10} + 2n^{12}}$	2	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 + 4n^3 - 7n}{-7n - 7n^3 - 7n^2}$
3	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^2 + 4 - n}{n + n^7 - 2n^8}$	3	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - 6n^2 + 2}{n + 3n^{11} + 4n^4}$
4	$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{n^2 + 2})$	4	$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n + 5} - \sqrt{n + 5})$
5	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$	5	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^3 - 8}$
6	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{2 - x}$	6	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 - 3x}{2x^2 - 9x}$
7	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} - 1 - 2}{x - 5}$	7	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x} - 3}{x^2 - 49}$
3 вариант		4 вариант	
Вычислить пределы функции:		Вычислить пределы функции:	
1	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 3n^2 - 2n}{18 + 10n^3 - 2n^2}$	1	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^5 - 13n^2 - 2}{2n + 3n^4 - 2n^5}$
2	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 13n^2 - 3n}{8 + 6n + 2n^2}$	2	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^7 + n^5 - 2}{n - 31n^5 - n^3}$
3	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + 7 - 2n}{1 + n^2 - 2n^3}$	3	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{13} + 4n^8 - 2n}{4n - 3n^{21} + 7n^3}$
4	$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n - 5} - \sqrt{3n})$	4	$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n - 1} - \sqrt{n})$
5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + x}{x^4 + 2x^2}$	5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 3x^2 + x}{2x}$
6	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x - 1}{x^3 + 1}$	6	$\lim_{x^4} \frac{x^3 - 64}{7x^2 - 27x - 4}$
7	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$	7	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - 2 - 1}{x - 3}$

### 3.3.5. Основы тригонометрии.

Пример 1: Решить неравенство $\sin t \geq -\frac{1}{2}$ .	Пример 4: Решить неравенство $\cos t \leq -\frac{2}{2}$ .
Пример 2: Решить неравенство $\sin t < \frac{2}{2}$ .	Пример 5: Решить неравенство $tg t \leq 1$ .
Пример 3: Решить неравенство $\cos t < \frac{1}{2}$ .	Пример 6: Решить неравенство $ctgt \geq 1$ .

### 3.3.6. Корни степени и логарифмы.

**Задание:** Заполнить таблицу «Корни, степени и логарифмы». Задание одинаково для всех вариантов. Примеры и их решения должны быть индивидуальными.

№	Понятия	Теоретические сведения	Пример, решение
1	Определение степени.		
2	Свойства степени с действительным показателем.		
3	Определение арифметического корня.		
4	Свойства арифметического корня.		
5	Определение логарифма.		
6	Основное логарифмическое тождество.		
7	Условие существования логарифма.		
8	Свойства логарифмов.		

### 3.3.7. Прямые и плоскости в пространстве.

**Задание:** Заполнить таблицу «Прямые и плоскости в пространстве».

№	Закончить предложения или ответить на вопросы:	Теоретические сведения	Чертежи
1	Аксиомы стереометрии (3 аксиомы):		
2	Существует 3 случая расположения прямых в пространстве:		
3	Две прямые в пространстве параллельны, если...		
4	Две прямые пересекаются, если...		
5	Две прямые скрещиваются, если...		
6	Признак скрещивающихся прямых:		
7	Существует 3 случая расположения прямой и плоскости:		
8	Прямая и плоскость пересекаются, если..		
9	Прямая и плоскость параллельны, если...		
10	Прямая лежит в плоскости, если...		
11	Признак параллельности прямой и плоскости:		
12	Существует 2 случая расположения двух плоскостей:		
13	Плоскости пересекаются, если...		
14	Плоскости параллельны, если...		
15	Признак параллельности двух плоскостей:		
16	Свойства параллельных плоскостей:	1)2)	
17	Две прямые в пространстве перпендикулярны, если...		
18	Прямая и плоскость перпендикулярны, если...		
19	Признак перпендикулярности прямой и плоскости:		
20	Признак перпендикулярности двух плоскостей:		
21	Две плоскости перпендикулярны, если...		
22	Сформулируйте понятия: 1) Перпендикуляр – это... 2) Наклонная – это... 3) Проекция – это...		

23	Теорема о трех перпендикулярах:		
24	Угол между прямой и плоскостью это...		
25	Двугранный угол – это...		

### 3.3.8. Элементы теории вероятностей и математической статистики.

Задание 1. Вычислить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины $X$ , зная закон ее распределения:	Задание 2. Выпущено 1000 лотерейных билетов: на 5 из них выпадает выигрыш в сумме 500 рублей, на 10 — выигрыш в 100 рублей, на 20 – выигрыш в 50 рублей, на 50 – выигрыш в 10 рублей. Определить закон распределения вероятностей случайной величины $X$ – выигрыша на один билет.		
	$x$	3	5
$p$	0,1	0,6	0,3

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Процедуры оценивания в ходе изучения учебного предмета знаний, умений и навыков регламентируются положениями:

- П ВГУИТ 2.4.03 – 2017 Положение о курсовых, экзаменах и зачетах;
- П ВГУИТ 4.1.02 – 2018 Положение о рейтинговой оценке текущей успеваемости.

Для оценки знаний и умений обучающихся по учебному предмету «Математика» применяется рейтинговая система оценки обучающегося. Рейтинговая система оценки осуществляется в течение всего семестра при проведении аудиторных занятий, показателем ОМ является выполнение тестового задания, написание контрольной работы, экзамен

#### 4.1 Уровни освоения знаний и умений

Оценки «отлично» и «хорошо» соответствуют повышенному уровню освоения знаний и умений, оценка «удовлетворительно» – «базовому» уровню, оценка «неудовлетворительно» - свидетельствует о том, что знания и умения не освоены.

#### 4.2 Критерии оценки тестового задания

Оценка	Уровень освоения	Уровневая шкала
Отлично	Освоена на повышенном уровне	Обучающийся ответил правильно на 85 – 100 % тестовых заданий
Хорошо	Освоена на повышенном уровне	Обучающийся ответил правильно на 75 – 84,9 % тестовых заданий
Удовлетворительно	Освоена на базовом уровне	Обучающийся ответил правильно на 60 – 74,9 % тестовых заданий
Неудовлетворительно	Не освоена	Обучающийся ответил правильно на 0 – 59,9 % тестовых заданий

### 4.3 Критерии оценки экзамена

Выполнение заданий экзаменационной работы свидетельствует о наличии у участника экзамена общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В работу включены задания по всем основным предметным разделам: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика.

Тексты заданий экзаменационной работы соответствуют формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включенным в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых Министерством образования и науки РФ к использованию при реализации образовательных программ среднего общего образования.

Для проведения экзамена разработаны варианты экзаменационных работ, включающие в себя задания по курсу алгебры и начал анализа и по курсу геометрии. При разработке экзаменационных вариантов используются банки заданий из контрольно-измерительных материалов для проведения единого государственного экзамена.

На выполнение экзаменационной работы отводится 3,5 часа (210 минут).

Правильное решение каждого из заданий 1 – 13 оценивается 1 баллом, 14 – 19

оценивается 2 баллами, 20 задание оценивается 5 баллами.

Задание считается выполненным верно, если выбран правильный ответ из нескольких предложенных, или верно записано решение. Максимальный первичный балл за всю работу

– 30.

<b>Оценка</b>	<b>Уровень освоения</b>	<b>Уровневая шкала</b>
Отлично	Освоена на повышенном уровне	Обучающийся набрал от 28 до 30 баллов
Хорошо	Освоена на повышенном уровне	Обучающийся набрал от 21 до 27 баллов
Удовлетворительно	Освоена на базовом уровне	Обучающийся набрал от 16 до 20 баллов
Неудовлетворительно	Не освоена	Обучающийся набрал от 0 до 15 баллов