

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНЖЕНЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ Василенко В.Н.

«25» \_\_\_\_\_ 05 \_\_\_\_\_ 2023

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
**ДИСЦИПЛИНЫ**

**ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

(наименование в соответствии с РУП)

Специальность/профессия

09.02.07 Информационные системы и программирование

(шифр и наименование специальности/профессии)

Квалификация выпускника

Разработчик веб и мультимедийных приложений

Разработчик

\_\_\_\_\_

25.05.2023 г.

Руднева И.Г.

(подпись)

(дата)

(Ф.И.О.)

СОГЛАСОВАНО:

Председатель цикловой комиссии информационных технологий

(наименование ЦК, являющейся ответственной за данную специальность, профессию)

\_\_\_\_\_

25.05.2023 г.

Володина Ю.Ю.

(подпись)

(дата)

(Ф.И.О.)

## 1. Цели и задачи дисциплины

1. Целями освоения дисциплины ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ является формирование компетенций обучающегося в области профессиональной деятельности 06 Связь, информационные и коммуникационные технологии (приказ Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 29 сентября 2014 г. № 667н "О реестре профессиональных стандартов (перечне видов профессиональной деятельности)", зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 ноября 2014 г., регистрационный № 34779);

Дисциплина направлена на решение задач следующих видов профессиональной деятельности:

- проектирование и разработка информационных систем;
- разработка дизайна веб-приложений;
- проектирование, разработка и оптимизация веб-приложений.

Программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование (утв. приказом Министерства образования и науки РФ от 9 декабря 2016 г. N 1547 с изменениями и дополнениями от 17 декабря 2020 г.).

## 2. Перечень планируемых результатов обучения, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины в соответствии с предусмотренными компетенциями обучающийся должен

уметь:

выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;  
решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;  
применять методы дифференциального и интегрального исчисления;  
решать дифференциальные уравнения;  
пользоваться понятиями теории комплексных чисел;

знать:

основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;  
основы дифференциального и интегрального исчисления; основы теории комплексных чисел

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

№ п/п	Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
1	ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам	Умения: выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; применять методы дифференциального и интегрального исчисления; решать дифференциальные уравнения; пользоваться понятиями теории комплексных чисел; Знания: основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; основы дифференциального и интегрального исчисления; основы теории комплексных чисел.
4	ОК 05	Осуществлять устную и	Умения: выполнять операции над матрицами и решать

	письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.	системы линейных уравнений; решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; применять методы дифференциального и интегрального исчисления; решать дифференциальные уравнения; пользоваться понятиями теории комплексных чисел; Знания: основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; основы дифференциального и интегрального исчисления; основы теории комплексных чисел.
--	---	---

### 3. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина принадлежит к математическому и общему естественнонаучному циклу (ЕН.00) и изучается в 3 семестре 2 года обучения. Дисциплина основывается на изучении общеобразовательных учебных дисциплин «Математика», «Информатика», дисциплин математического и общего естественнонаучного учебного цикла «Элементы высшей математики», «Теория вероятностей и математическая статистика».

### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 64 ак. ч.

Виды учебной работы	Всего академических часов	Распределение трудоемкости по семестрам, ак. ч
		3 семестр
Общая трудоемкость дисциплины	64	64
<b>Контактная работа</b> , в т.ч. аудиторные занятия:	48	48
Лекции	32	32
<i>в том числе в форме практической подготовки</i>	26	28
Практические/лабораторные занятия	16	16
<i>в том числе в форме практической подготовки</i>	16	16
Промежуточная аттестация	8	8
<b>Вид аттестации (зачет/экзамен)</b>	экзамен	экзамен
<b>Самостоятельная работа:</b>	8	8
проработка материала по конспекту лекций	2	2
выполнение домашних заданий (индивидуальных)	2	2
подготовка к экзамену	4	4

**5 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

## 5.1 Содержание разделов дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (указываются темы и дидактические единицы)	Трудоемкость раздела, ак. час	
			в традиционной форме	в форме практической подготовки
1	Основы теории комплексных чисел	1. Определение комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел.	2	1
2	Теория пределов	1. Числовые последовательности. Предел функции. Свойства пределов 2. Замечательные пределы, раскрытие неопределенностей 3. Односторонние пределы, классификация точек разрыва	2	2
3	Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	1. Определение производной 2. Производные и дифференциалы высших порядков 3. Полное исследование функции. Построение графиков	2	2
4	Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	1. Неопределенный и определенный интеграл и его свойства 2. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования 3. Вычисление определенных интегралов. Применение определенных интегралов	2	4
5	Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	1. Предел и непрерывность функции нескольких переменных 2. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных 3. Производные высших порядков и дифференциалы высших порядков	2	2
6	Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	1. Двойные интегралы и их свойства 2. Повторные интегралы 3. Приложение двойных интегралов	2	2
7	Теория рядов	1. Определение числового ряда. Свойства рядов 2. Функциональные последовательности и ряды 3. Исследование сходимости рядов	2	1
8	Обыкновенные дифференциальные уравнения	1. Общее и частное решение дифференциальных уравнений 2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка 3. Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка	2	4
9	Матрицы и определители	1. Понятие Матрицы 2. Действия над матрицами 3. Определитель матрицы 4. Обратная матрица. Ранг матрицы	2	2
10	Системы линейных уравнений	1. Основные понятия системы линейных уравнений 2. Правило решения произвольной системы линейных уравнений 3. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса	2	2
11	Векторы и действия с ними	1. Определение вектора. Операции над векторами, их свойства 2. Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов 3. Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов	1	1

12	Аналитическая геометрия на плоскости	1. Уравнение прямой на плоскости 2. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой 3. Линии второго порядка на плоскости 4. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости	2	2
13	<i>Консультации текущие</i>			
14	<i>Консультации перед экзаменом</i>			
	2			
15	<i>экзамен</i>			

## 5.2 Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции, ак. ч		Практические занятия, ак. ч		СРО, ак. ч 8 час.
		в традиционной форме	в форме практической подготовки	в традиционной форме	в форме практической подготовки	
1	Основы теории комплексных чисел	2			1	0,5
2	Теория пределов	2	1		1	0,5
3	Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	2	1		1	0,5
4	Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	2	1		3	1
5	Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	2	1		1	1
6	Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	2	1		1	1
7	Теория рядов	2			1	0,5
8	Обыкновенные дифференциальные уравнения	2	1		3	1
9	Матрицы и определители	2	1		1	0,5
10	Системы линейных уравнений	2	1		1	0,5
11	Векторы и действия с ними		1		1	0,5
12	Аналитическая геометрия на плоскости	2	1		1	0,5
	<i>Консультации текущие</i>					
	<i>Консультации перед экзаменом 2</i>					
	<i>Экзамен</i>					

### 5.2.1 Лекции

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тематика лекционных занятий	Трудоемкость, ак. ч
1	Основы теории комплексных чисел	* Определение комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел.	2
2	Теория пределов	* Числовые последовательности. Предел функции. Свойства пределов Замечательные пределы, раскрытие неопределенностей. Односторонние пределы, классификация точек разрыва	3

3	Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	*Определение производной Производные и дифференциалы высших порядков. Полное исследование функции. Построение графиков	3
4	Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	*Неопределенный и определенный интеграл и его свойства Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования Вычисление и применение определенных интегралов	3
5	Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	* Предел и непрерывность функции нескольких переменных Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных Производные и дифференциалы высших порядков	3
6	Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	* Двойные интегралы и их свойства Повторные интегралы. Приложение двойных интегралов	3
7	Теория рядов	*Определение числового ряда. Свойства рядов. Функциональные последовательности и ряды. Исследование сходимости рядов	2
8	Обыкновенные дифференциальные уравнения	*Общее и частное решение дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка	3
9	Матрицы и определители	Понятие Матрицы. Действия над матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы	3
10	Системы линейных уравнений	* Основные понятия системы линейных уравнений. Правило решения произвольной системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса	3
11	Векторы и действия с ними	*Определение вектора. Операции над векторами, их свойства. Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов. Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов	1
12	Аналитическая геометрия на плоскости	*Уравнение прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка на плоскости. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости	3

\*в форме практической подготовки

### 5.2.2 Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, ак. ч
1	Основы теории комплексных чисел	*Решение задач с комплексными числами.	1
2	Теория пределов	*Вычисление пределов функций.	1

3	Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	* Вычисление производных и дифференциалов высших порядков функций.	1
4	Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	* Интегральное исчисление, решения интегралов, вычисление интегралов.	3
5	Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	*Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.	1
6	Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	* Интегральное исчисление, решения интегралов, вычисление интегралов.	1
7	Теория рядов	*Решение задач на сходимость ряда.	1
8	Обыкновенные дифференциальные уравнения	*Решение дифференциальных уравнений.	3
9	Матрицы и определители	Решение задач на нахождение обратной матрицы	1
10	Системы линейных уравнений	*Решение задач по линейной алгебре.	
11	Векторы и действия с ними	* Векторы и действия с ними	1
12	Аналитическая геометрия на плоскости	*Решение задач по аналитической геометрии.	1

\*в форме практической подготовки

### 5.2.3 Лабораторный практикум

*не предусмотрен*

### 5.2.4 Самостоятельная работа обучающихся

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид СРО	Трудоемкость, ак.ч
1	Основы теории комплексных чисел	Проработка материала по конспекту лекций	0,5
2	Теория пределов	Проработка материала по конспекту лекций	0,5
3	Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	Подготовка к экзамену	0,5
4	Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	Выполнение домашних работ	1
5	Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	Выполнение домашних работ	1
6	Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	Подготовка к экзамену	1
7	Теория рядов	Проработка материала по конспекту лекций	0,5



8	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Подготовка к экзамену	1
9	Матрицы и определители	Выполнение домашних работ	0,5
10	Системы линейных уравнений	Проработка материала по конспекту лекций	0,5
11	Векторы и действия с ними	Подготовка к экзамену	0,5
12	Аналитическая геометрия на плоскости	Подготовка к экзамену	0,5

## 6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Для освоения дисциплины обучающийся может использовать:

### 6.1 Основная литература

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / Ш. А. Алимов [и др.]. - М. : Просвещение, 2019

2. Осипенко, С.А. Элементы высшей математики : учебное пособие – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020 [https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=571231](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=571231)

3. Веретенников, В.Н. Высшая математика. Элементы высшей алгебры. Неопределенный интеграл : учебное пособие : в 2 частях – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. – Ч. 1

[https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=598951](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=598951)

### 6.2 Дополнительная литература

1. Краткий курс высшей математики : учебник / К.В. Балдин, Ф.К. Балдин, В.И. Джеффаль и др. ; под общ. ред. К.В. Балдина – Москва : Дашков и К°, 2020 [https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=573171](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=573171)

2. Кучер, Н.А. Курс высшей математики : учебное пособие – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – Ч. 1. Основы алгебры [https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=600276](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=600276)

3. Руднева, И. Г. Элементы высшей математики : методические указания к выполнению практических работ для обучающихся по специальности 09.02.07 «Информационные системы и программирование» /- Воронеж , 2018

<http://biblos.vsu.ru/ProtectedView/Book/ViewBook/4647>

Периодические издания:

- Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы;
- Информационные технологии и вычислительные систем;
- Информационные системы и технологии.

### 6.3 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся

Электронно-библиотечные системы: [ЭБС издательства "Лань" и ЭБС «ЮРАЙТ»](#)

### 6.4 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
«Российское образование» - федеральный портал	<a href="https://www.edu.ru/">https://www.edu.ru/</a>
Научная электронная библиотека	<a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp?">https://elibrary.ru/defaultx.asp?</a>
Национальная исследовательская компьютерная	<a href="https://niks.su/">https://niks.su/</a>

сеть России	
Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»	<a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
Электронная библиотека ВГУИТ	<a href="http://biblos.vsuet.ru/megapro/web">http://biblos.vsuet.ru/megapro/web</a>
Сайт Министерства науки и высшего образования РФ	<a href="https://minobrnauki.gov.ru/">https://minobrnauki.gov.ru/</a>
Портал открытого on-line образования	<a href="https://npoed.ru/">https://npoed.ru/</a>
Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «ВГУИТ»	<a href="https://education.vsuet.ru/">https://education.vsuet.ru/</a>

### 6.5 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При изучении дисциплины используется программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы: ЭИОС университета, в том числе на базе программной платформы «Среда электронного обучения ЗКЛ», автоматизированная информационная база «Интернет-тренажеры», «Интернет-экзамен».

При освоении дисциплины используется лицензионное и открытое программное обеспечение – н-р, ОС Windows, ОС ALT Linux.

### 7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Обеспеченность процесса обучения техническими средствами полностью соответствует требованиям ФГОС по направлению подготовки. Материально-техническая база приведена в лицензионных формах и расположена во внутренней сети по адре-су <http://education.vsuet.ru>.

При чтении лекций, проведении практических занятий и контроле знаний обучающихся по дисциплине используется:

Кабинет Математических дисциплин (ауд. 5)	Проектор Epson EB-W9 – 1 шт.; Крепление проектора потолочное универсальное IC-PR-1t Titanium – 1 шт.; Экран настенный Screen Media MW 153x153 – 1шт.; Ноутбук ASUS K 73 E I5-2410 M CPU\4096\500\DVD-RW \ Intel(R) HD Graphics 3000– 3 шт.; Маркерная доска; Плакаты, наглядные пособия, схемы; Рабочие места по количеству обучающихся; Рабочее место преподавателя	ПО нет
---	--	-----------

Аудитория для самостоятельной работы студентов:

Компьютерный класс для самостоятельной работы, в т.ч. для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной	Локальная сеть, коммутатор Д-Link DES-1016 с выходом в «Интернет»; Компьютер в сборе в составе: Intel Core i3-540/4096/500/DVD-RW/GeForce CT220 – 8 шт.; Принтер лазерный HP Laser jet P-2035 A4 30 стр.в мин. – 1 шт.; Сканер HP Scan jet- 3110-	Microsoft Windows7 ; Adobe Reader XI; Microsoft Office 2007 Standart; GIMP; Pascal ABC; Inkscape; Free Pascal; Paint.NET; Oracle VM Virtual Box; Microsoft Visual Studio 2010; Лицензия № AAA.0217.00 с 21.12.2017 г. по «Бессрочно»
---	--	--

аттестации (ауд.19)	1 шт.; Мультимедиа проектор SANVO PLC –XU 50 – 1 шт.; Экран переносной – 1 шт.; Ноутбук ASUS K 73 E I5-2410 M CPU\4096\500\DVD-RW \Intel(R) HD Graphics 3000 – 1 шт.; Маркерная доска; Плакаты, наглядные пособия, схемы; Комплект учебной мебели.	
------------------------	---	--

Дополнительно, самостоятельная работа обучающихся, может осуществляться при использовании:

Ресурсный центр	Компьютеры со свободным доступом в сеть Интернет и Электронными библиотечными и информационно справочными системами.	Альт Образование 8.2 + LibreOffice 6.2+Maxima Лицензия № AAA.0217.00 с 21.12.2017 г. по «Бессрочно»
-----------------	--	--

### **8 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

**Оценочные материалы (ОМ)** для дисциплины включают в себя:

- перечень компетенций с указанием индикаторов достижения компетенций, этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и практического опыта.

ОМ представляются отдельным комплектом и **входят в состав рабочей программы дисциплины.**

Оценочные материалы формируются в соответствии с П ВГУИТ «Положение об оценочных материалах».

**АННОТАЦИЯ  
К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ  
ДИСЦИПЛИНЫ  
«ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

№ п/п	Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
1	ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам	<p>Умения: выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; применять методы дифференциального и интегрального исчисления; решать дифференциальные уравнения; пользоваться понятиями теории комплексных чисел;</p> <p>Знания: основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; основы дифференциального и интегрального исчисления; основы теории комплексных чисел.</p>
4	ОК 05	Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.	<p>Умения: выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; применять методы дифференциального и интегрального исчисления; решать дифференциальные уравнения; пользоваться понятиями теории комплексных чисел;</p> <p>Знания: основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; основы дифференциального и интегрального исчисления; основы теории комплексных чисел.</p>

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать** основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; основы дифференциального и интегрального исчисления; основы теории комплексных чисел.

**Уметь** выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;  
решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;  
применять методы дифференциального и интегрального исчисления;  
решать дифференциальные уравнения;  
пользоваться понятиями теории комплексных чисел;

**ЗНАТЬ:**

**Содержание разделов дисциплины.**

Комплексные числа. Определение комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел.  
Числовые последовательности. Предел функции. Свойства пределов  
Замечательные пределы, раскрытие неопределенностей. Односторонние пределы, классификация точек разрыва.  
Определение производной. Производные и дифференциалы высших порядков. Полное исследование функции. Построение графиков.  
Неопределенный и определенный интеграл и его свойства. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Вычисление и применение определенных интегралов Предел и непрерывность функции нескольких переменных  
Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных  
Производные и дифференциалы высших порядков.  
Двойные интегралы и их свойства. Повторные интегралы. Приложение двойных интегралов.  
Определение числового ряда. Свойства рядов. Функциональные последовательности и ряды.  
Исследование сходимости рядов.

Общее и частное решение дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения 2-го порядка.  
Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка  
Понятие Матрицы. Действия над матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.  
Основные понятия системы линейных уравнений. Правило решения произвольной системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.  
Определение вектора. Операции над векторами, их свойства. Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов. Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов.  
Уравнение прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка на плоскости. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

по дисциплине

**ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

специальность 09.02.07 Информационные системы и программирование

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования

№ п/п	Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
1	ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам	<p>Умения: выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</p> <p>решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</p> <p>применять методы дифференциального и интегрального исчисления;</p> <p>решать дифференциальные уравнения;</p> <p>пользоваться понятиями теории комплексных чисел;</p> <p>Знания: основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</p> <p>основы дифференциального и интегрального исчисления; основы теории комплексных чисел.</p>
4	ОК 05	Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.	<p>Умения: выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</p> <p>решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</p> <p>применять методы дифференциального и интегрального исчисления;</p> <p>решать дифференциальные уравнения;</p> <p>пользоваться понятиями теории комплексных чисел;</p> <p>Знания: основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</p> <p>основы дифференциального и интегрального исчисления; основы теории комплексных чисел.</p>

## 2. Паспорт оценочных материалов по дисциплине

№ п/п	Разделы дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или ее части)	Оценочные материалы		Технология/процедура оценивания (способ контроля)
			наименование	№№ заданий	
1	Основы теории комплексных чисел	ОК 01. ОК 05	Банк тестовых заданий	1-3,	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (вопросы к экзамену)	56 - 58	Проверка преподавателем (уровневая шкала)

			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания	26, 27 89	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
2	Теория пределов	ОК 01. ОК 05	Банк тестовых заданий	4,5	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (вопросы к экзамену)	59 - 60	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания	28 – 30 90	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
3	Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной.	ОК 01. ОК 05	Банк тестовых заданий	6	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (вопросы к экзамену)	61 - 67	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания	31, 32, 91	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Кейс - задание	50 - 55	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
4	Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	ОК 01. ОК 05	Банк тестовых заданий	7,8	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (вопросы к экзамену)	68 - 72	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания	33, 34, 92	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
	Дифференциальное исчисление функции нескольких	ОК 01. ОК 05	Банк тестовых заданий	9,10	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% -



5	действительных переменных				неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (вопросы к экзамену)	61 - 67	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания	35, 36, 93	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
6	Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	ОК 01. ОК 05	Банк тестовых заданий	11-13	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (вопросы к экзамену)	68 – 72,	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания	37, 94	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
7	Теория рядов	ОК 01. ОК 05	Банк тестовых заданий	14, 15	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (вопросы к экзамену)	72 - 75	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания	38, 39, 95	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
8	Обыкновенные дифференциальные уравнения	ОК 01. ОК 05	Банк тестовых заданий	16 - 18	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (вопросы к экзамену)	76 - 78	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Собеседование (задания для практических работ) и	40,41, 96	Проверка преподавателем (уровневая шкала)

			домашнего задания		
9	Матрицы и определители	ОК 01. ОК 05	Банк тестовых заданий	19 - 21	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (вопросы к экзамену)	79 - 81	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания)	42, 43, 97	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
10	Системы линейных уравнений	ОК 1. ОК 5	Банк тестовых заданий	22, 23	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (вопросы к экзамену)	82	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания)	44, 45, 98	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
11	Векторы и действия с ними	ОК 01. ОК 05	Банк тестовых заданий	24	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (вопросы к экзамену)	83, 84	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания)	46,47, 99	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
12	Аналитическая геометрия на плоскости	ОК 01. ОК 05	Банк тестовых заданий	25	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.

		Собеседование (вопросы к экзамену)	85 - 88	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
		Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания)	48,49, 100	Проверка преподавателем (уровневая шкала)

### 3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации (экзамен)

**(типичные контрольные задания (включая тесты) и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины)**

Для оценки знаний, умений, навыков студентов по дисциплине применяется балльно-рейтинговая система оценки сформированности компетенций студента. Балльно-рейтинговая система оценки осуществляется в течение всего семестра при проведении аудиторных занятий и контроля самостоятельной работы. Показателями ОМ являются: текущий опрос в виде собеседования на практических занятиях, тестовые задания и самостоятельная работа обучающихся. Оценки выставляются в соответствии с графиком контроля текущей успеваемости студентов в автоматизированную систему баз данных (АСУБД) «Рейтинг студентов».

Обучающийся, набравший в семестре более 60 % от максимально возможной балльно-рейтинговой оценки работы в семестре получает экзамен автоматически:

85-100% - отлично;

75- 84,99% -хорошо;

60-74,99% - удовлетворительно.

Студент, набравший за текущую работу в семестре менее 60 %, т.к. не выполнил всю работу в семестре по объективным причинам (болезнь, официальное освобождение и т.п.) допускается до экзамена, однако ему дополнительно задаются вопросы на собеседовании по разделам, выносимым на экзамен.

#### 3.1 Банк тестовых заданий

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

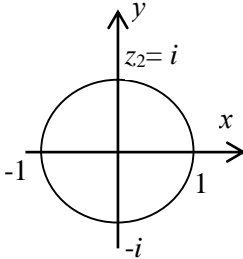
№ задания	Тестовое задание
	<b>Выбрать один ответ</b>
1.	$z = 3+4i$ , сопряжённое число $\bar{z}$ : 1) $-3-4i$ ;                      2) $-3+4i$ ;                      3) <b><math>3-4i</math></b> ; +                      4) $3+4i$ ;
2.	Вычислить: $\frac{3+2i}{4+3i} = \frac{(3+2i)(4-3i)}{(4+3i)(4-3i)} = \frac{12-9i+8i+6}{16+9} = \frac{18-i}{25}$
3.	Сумма комплексных чисел: $(2+3i) + (4+7i)$ : 1) $5+11i$ ;                      2) $6+3i$ ;                      3) $2+10i$ ;                      4) <b><math>6+10i</math></b> ;+

4.	<p>Значение предела <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 14x - 32}{x^2 - 6x + 8}</math> равно:</p> <p>1) 15;    2) -9; +    3) 12;    4) 3.</p>
5.	<p>Значение предела функции</p> $\lim_{x \rightarrow 3} (5x + 2x^2 - 10)$ <p>1) 15;    2) 23; +    3) 12;    4) 30.</p>
6.	<p>Найти дифференциал функции <math>y = 3x^2 + 5</math></p> <p>1) <math>\frac{x^{n+1}}{n} + c</math>;    2) <math>nx^{n-1} + c</math>;    3) <math>dy = y'dx</math>;    4) <math>dy = 6x dx +</math></p>
7.	<p>Назовите верное утверждение:</p> <p><math>\int \frac{x^2 dx}{x^2 + 1}</math> равен:</p> <p>1) <math>\frac{x^{n+1}}{n} + c</math>;    2) <math>x - \operatorname{arctg} x + C</math>; +    3) <math>\frac{x^n}{n} + c</math>;</p>
8.	<p>Определенный интеграл <math>\int_1^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx</math> равен:</p> <p>1) <math>\frac{1}{4}</math>;    2) <math>13\frac{1}{3}</math>; +    3) <math>\frac{1}{2}</math>;    4) <math>\frac{3}{4}</math>.</p>
9.	<p>Производная второго порядка функции <math>y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}</math> равна:</p> <p>1) <math>\frac{x^{n+1}}{n} + c</math>;    2) <math>y = x \sin^2 \sqrt{2x - 1}</math>;    3) <math>\frac{-2(x-1)^3}{(x-1)^4}</math>;    4) <math>\frac{-4}{(x-1)^3} +</math></p>
10.	<p>Точка движется прямолинейно по закону <math>S(t) = 2t^3 + t^2 - 4</math>. Найдите ее скорость и ускорение в момент времени <math>t = 3</math></p> <p>) 15;    2) 38; +    3) 12;    4) 45.</p>
11.	<p>Найти интеграл: <math>\int \frac{1}{2x+b} dx</math>;</p> <p>1) <math>\frac{1}{2} \ln(2x+b) + C</math>; +    2) <math>\frac{2}{3} \sqrt{(x^2+9)^3} + C</math>;    3) <math>\frac{1}{4} \sqrt{(x^3+16)^4} + C</math>;    4) <math>-\frac{1}{7} \cos(7x-8) + C</math>.</p>
12.	<p>Найти интеграл <math>\int \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} dx</math></p> <p>1) <math>\frac{1}{2} \ln(2x+b) + C</math>;    2) <math>-\frac{1}{2} \ln(1 + \cos 2x) + C</math>; +    3) <math>-\frac{1}{3} \ln(b-3x) + C</math>;    4) <math>\frac{1}{12} \ln 4 + 3x^4  + C</math>;</p>

13.	<p>Назовите верное утверждение:  <math>\int x^n dx</math> равен:</p> <p>1) <math>\frac{x^{n+1}}{n} + c</math>; 2) <math>nx^{n-1} + c</math>; 3) <math>\frac{x^n}{n} + c</math>; 4) <math>\frac{x^{n+1}}{n+1} + c</math>. +</p>
14.	<p>Сумма числового ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+3)}</math> равна</p> <p>1) <math>1 - \frac{1}{2n-1}</math>; 2) <math>1 - \frac{1}{2n+3}</math>; 3) <b>1/3</b>; + 4) 1/2</p>
15.	<p>Числовой ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{100n+99}</math></p> <p>1) сходится и <math>\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0</math>; 2) расходится и <math>\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0</math>; 3) <b>расходится и <math>\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0</math></b>; +  4) расходится и предела нет</p>
16.	<p>Разделить переменные в уравнении: <math>\frac{dy}{x^2} - \frac{dx}{y} = 0</math></p> <p>1) <math>\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x^2}</math>; 2) <b><math>ydy = x^2 dx</math></b>; + 3) <math>ydy = -x^2 dx</math>; 4) <math>\frac{dy}{x^2} = \frac{dy}{y}</math></p>
17.	<p>Назвать общее решение дифференциального уравнения: <math>y' = \frac{x+2y}{x}</math></p> <p>1) <math>y = \frac{x^3}{3}</math>; 2) <math>y = \frac{x^2}{2} + c</math>; 3) <math>z'x + z = g(z)</math>; 4) <b><math>y = (Cx-1)x</math></b>. +</p>
18.	<p>Найти общий интеграл уравнения <math>x \cdot dx + y \cdot dy = 0</math>.</p> <p>1) <math>y = \frac{x^3}{3}</math>; 2) <math>y = \frac{x^2}{2} + c</math>; 3) <b><math>x^2 - y^2 = c</math></b>; + 4) <b><math>y = \frac{x^3}{3} + c</math></b></p>
19.	<p>Элементы побочной диагонали матрицы:</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ <p>1) 2, 1, 2; 2) 4, 1, 2; 3) <b>5, 1, 7</b>; + 4) 3, 1, 2.</p>
20.	<p><math>A = \begin{pmatrix} 2 &amp; 5 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>; <math>B = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}</math>; Даны матрицы A и B. Тогда <math>A \cdot B</math> равно:</p>

	1) (15); 2) (41); + 3) (12); 4) (3).
21.	<p>Определитель</p> $\begin{vmatrix} 3 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ <p>равен:</p> <p>1) 6; 2) -3; 3) 0; + 4) 3.</p>
22.	<p>Формулы для решения системы n линейных уравнений с n неизвестными:</p> $x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta}; x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta}; \dots, x_n = \frac{\Delta x_n}{\Delta}.$ <p>Это формулы:</p> <p>1) Гаусса; 2) <b>Крамера</b>; + 3) Лейбница; 4) Ньютона.</p>
23.	<p>Решить систему методом Гаусса</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 5x_1 - x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$ <p>1) <math>x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1</math>; + 2) <math>x_1 = 3, x_2 = 1, x_3 = 1</math>; 3) <math>x_1 = 3, x_2 = 4, x_3 = 1</math>; 4) <math>x_1 = 2, x_2 = 7, x_3 = 0</math>;</p>
24.	<p>Длина вектора <math>\vec{c} = 3\vec{a} - 4\vec{b}</math>, если <math> \vec{a}  = 2,  \vec{b}  = 3, (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}</math> равна:</p> <p>1) <math>\ln 2</math>; 2) <math>1/3</math>; 3) <math>6\sqrt{3}</math>; + 4) <math>1/2</math></p>
25.	<p>Найти расстояние от точки <math>M_0(2; -1)</math> до прямой <math>3x + 4y - 22 = 0</math>.</p> <p>1) 15; 2) 4; + 3) 12; 4) 3.</p>

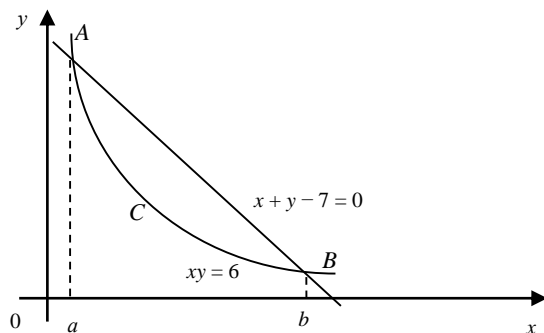
### Задачи

26.	<p><b>Задача:</b> Записать комплексные числа в тригонометрическом виде</p> <p>1. <math>z_1 = 1, x = 1; y = 0; \varphi = 0</math>,  <math> z  = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1</math>,  <math>1 = 1(\cos 0 + i \cdot \sin 0)</math>.</p> <div style="text-align: right;">  <p>Рис.1.</p> </div> <p>2. <math>z_2 = i, x = 0; y = 1;  z  = 1, \varphi = \pi/2, i = 1(\cos \pi/2 + i \cdot \sin \pi/2)</math>  3. <math>z_3 = -1, x = -1; y = 0;  z  = 1, \varphi = \pi, -1 = 1(\cos \pi + i \cdot \sin \pi)</math>  4. <math>z_4 = -i, x = 0; y = -1;  z  = 1, \varphi = -\pi/2, -i = 1(\cos \pi/2 - i \cdot \sin \pi/2)</math></p> <p>3. <u>Показательная форма.</u></p> <p>Рассмотрим показательную функцию с мнимым показателем <math>e^{i\varphi}</math>. Положим по определению:</p> $e^{i\varphi} = \cos \varphi - i \cdot \sin \varphi \quad \text{-(формула Эйлера)} \quad (3)$
-----	---

	<p>Вывод этой формулы содержится в теории рядов. С её помощью от тригонометрической формы (2) записи комплексного числа можно перейти к показательной: <math>z = re^{i\varphi}</math></p>
27.	<p><b>Задача:</b> Записать комплексные числа в показательной форме.</p> $1 = e^{i0}; i = e^{i\frac{\pi}{2}}; -1 = e^{i\pi}; -i = e^{-i\frac{\pi}{2}}.$ <p>Правая часть формулы Эйлера <math>e^{i\varphi} = \cos\varphi + i \cdot \sin\varphi</math> - есть комплексное число с модулем, равным 1:</p> $z = e^{i\varphi};$ $ z  =  e^{i\varphi}  = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1$ <p>Значит, на плоскости (<math>z</math>) определяет окружность единичного радиуса с центром в начале координат.</p> <p>При <math>\varphi=0</math> <math>z = e^{i0} = 1</math>; при <math>\varphi=\pi/2</math> <math>z = e^{i\pi/2} = i</math> и т.д. Таким образом, при изменении <math>\varphi</math> от 0 до <math>2\pi</math> точки <math>z = e^{i\varphi}</math> опишет окружность единичного радиуса против часовой стрелки.</p> <p>функция <math>e^{i\varphi}</math> периодическая с периодом <math>T = 2\pi</math>.</p> $e^{i(\varphi+2\pi)} = \cos(\varphi + 2\pi) + i \cdot \sin(\varphi + 2\pi) = \cos\varphi + i \cdot \sin\varphi = e^{i\varphi}$
28.	<p><b>Задача.</b> Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 - \sqrt{25 - x^2}}{x^2} = \left\{ \frac{0}{0} \right\}.$ <p>При подстановке <math>x \rightarrow 0</math> числитель и знаменатель равны нулю.</p> <p>Для устранения этой неопределенности умножим и разделим данное выражение на <math>(5 + \sqrt{25 - x^2})</math>;</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 - \sqrt{25 - x^2}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(5 - \sqrt{25 - x^2})(5 + \sqrt{25 - x^2})}{x^2(5 + \sqrt{25 - x^2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{25 - 25 + x^2}{x^2(5 + \sqrt{25 - x^2})}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{5 + \sqrt{25 - x^2}} = \frac{1}{10}$
29.	<p><b>Задача.</b> Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 2x + 4}{1 + 3x^2 - x^3} = \left( \frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{5x^3}{x^3} - \frac{2x}{x^3} + 4}{\frac{1}{x^3} + \frac{3x^2}{x^3} - \frac{x^3}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - \frac{2}{x^2} + \frac{4}{x^3}}{\frac{1}{x^3} + \frac{3}{x} - 1} = \frac{5 - \frac{2}{\infty} + \frac{4}{\infty}}{\frac{1}{\infty} + \frac{3}{\infty} - 1} = \frac{5 - 0 + 0}{0 + 0 - 1} = -5$
30.	<p><b>Задача.</b> Вычислите предел функции: <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{5x}</math>.</p> <p>При непосредственной подстановке нуля вместо переменной <math>x</math> мы снова получим неопределенность вида <math>\frac{0}{0}</math>. В этом случае необходимо домножить числитель и знаменатель дроби на выражение, сопряженное числителю, т.е. на сумму <math>\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}</math>.</p> <p>Получим:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x})(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})}{5x(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{2+x})^2 - (\sqrt{2-x})^2}{5x(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})} =$

	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x) - (2-x)}{5x(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{5x(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})} =$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{5(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})} = \frac{2}{5(\sqrt{2} + \sqrt{2})} = \frac{2}{5 \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{5\sqrt{2}}.$
31.	<p><b>Задача.</b></p> <p>Найти производную функции <math>y = \ln(x^4 - 2x^2 + 6)</math>.</p> $y' = \frac{1}{x^4 - 2x^2 + 6} \cdot (x^4 - 2x^2 + 6)' = \frac{4x^3 - 4x}{x^4 - 2x^2 + 6}.$
32.	<p><b>Задача.</b> Продифференцируйте функцию <math>y = (x^2 + 3x)^5</math>.</p> <p>Данная функция является сложной вида <math>y = f(u(x))</math>, где <math>u(x) = x^2 + 3x</math>. Согласно правилу дифференцирования сложной функции, находим: <math>y'(x) = y'_u u'_x = 5(x^2 + 3x)^4 (2x + 3)</math>.</p>
33.	<p><b>Задача.</b> Вычислите неопределенный интеграл, используя способ интегрирования по частям: <math>\int x e^x dx</math>.</p> <p>Формула интегрирования по частям: <math>\int u dv = uv - \int v du</math>.</p> <p>Пусть <math>u = x</math>, <math>dv = e^x dx</math>, тогда <math>du = dx</math>, <math>v = e^x</math>. Вычисляем:</p> $\int x e^x dx = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C = e^x(x - 1) + C.$
34.	<p><b>Задача.</b></p> <p>Найти интеграл: <math>\int 6\sqrt[4]{x^3} dx</math> и проверить дифференцированием полученный результат.</p> $\int 6\sqrt[4]{x^3} dx = 6 \int x^{\frac{3}{4}} dx = 6 \frac{x^{\frac{7}{4}}}{\frac{7}{4}} + C = \frac{24}{7} \sqrt[4]{x^7} + C.$ <p>Проверка:</p> $\left[ \frac{24}{7} \sqrt[4]{x^7} + C \right]' = \left[ \frac{24}{7} x^{\frac{7}{4}} + C \right]' = \frac{24}{7} \cdot \frac{7}{4} x^{\frac{3}{4}} = 6x^{\frac{3}{4}} = 6\sqrt[4]{x^3}.$
35.	<p><b>Задача.</b> Найти производную сложной функции.</p> $y = \sin^2(\sqrt{x+1}).$ $y' = 2 \sin(\sqrt{x+1}) \cos(\sqrt{x+1}) \cdot \frac{2}{2\sqrt{x+1}}.$
36.	<p><b>Задача.</b></p> <p>Найти производную функции <math>y = 7^{x^2 - 4x}</math>.</p> <p>Используя формулу производной сложной функции и формулу производной показательной функции, находим</p> $y' = (7^{x^2 - 4x})' = 7^{x^2 - 4x} \cdot \ln 7 \cdot (x^2 - 4x)' = 7^{x^2 - 4x} \cdot \ln 7 \cdot (2x - 4).$
37.	<p><b>Задача.</b> Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями <math>xu = 6</math> и <math>x + y - 7 = 0</math>.</p> <p>Изобразим фигуру, площадь которой нужно найти:</p>





Найдем абсциссы точек пересечения равносторонней гиперболы и прямой, для чего решим систему уравнений: 
$$\begin{cases} xy = 6, \\ x + y - 7 = 0. \end{cases}$$

Имеем:  $x(7-x) = 6$ ;  $7x - x^2 = 6$ ;  $x^2 - 7x + 6 = 0$ , откуда  $x_1 = 6$ ,  $x_2 = 1$ . Таким образом,  $a = 1$ ,  $b = 6$ . Теперь применим формулу:

$$S_{\Phi} = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx. \text{ В нашем случае } f_1(x) = 7 - x, \quad f_2(x) = \frac{6}{x}.$$

$$S_{ABC} = \int_1^6 \left( 7 - x - \frac{6}{x} \right) dx = \left( 7x - \frac{x^2}{2} - 6 \ln|x| \right) \Big|_1^6 =$$

$$\left( 7 \cdot 6 - \frac{6^2}{2} - 6 \ln 6 \right) - \left( 7 \cdot 1 - \frac{1^2}{2} - \ln 1 \right) = 42 - 18 - 6 \ln 6 - 7 + \frac{1}{2} + 0 = 17,5 - 6 \ln 6.$$

38. **Задача**

Доказать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n 3^n}$ .

Сравним  $n$ -й член ряда  $u_n = \frac{1}{n 3^n}$  с  $n$ -м членом ряда  $v_n = \frac{1}{3^n}$ . Ряд

$\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  является геометрическим рядом, у которого  $q = \frac{1}{3} < 1$ , а значит, он сходится. Так как  $\frac{1}{n 3^n} < \frac{1}{3^n}$  ( $\forall n \geq 2$ ), то по признаку сравнения данный ряд сходится.

39. **Задача**

Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5n+1}$ .

Применим следствие из необходимого признака: если  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$ , то ряд расходится.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{5n+1} = \frac{1}{5} \neq 0.$$

Значит, ряд расходится.

40.

**Задача.** Найти все решения дифференциального уравнения  $y' = xy^2$ .

Очевидно, что  $y = 0$  не является решением данного уравнения, поэтому мы можем разделить обе его части на  $y^2$ . Получаем:  $\frac{dy}{y^2} = x dx$  и, следовательно, после

интегрирования  $-\frac{1}{y} = \frac{1}{2} x^2 + C$ . Выражая из данного равенства  $y$ , получаем

окончательный ответ (общее решение данного уравнения):  $y = -\frac{2}{x^2 + C}$ , где  $C$  —

	произвольная постоянная.
41.	<p><b>Задача.</b> Найти решение задачи Коши <math>y' = \frac{y}{x} - y^2</math>, <math>y(1) = -1</math>.</p> <p>Данное уравнение является уравнением Бернулли с <math>n=2</math>:</p> $y' - \frac{1}{x}y = -y^2. \text{ Полагаем } y = uv, \text{ тогда } u'v + u\left(v' - \frac{v}{x}\right) = -u^2v^2.$ <p>Решаем последовательно два уравнения.</p> <p>1. Из уравнения <math>v' - \frac{v}{x} = 0</math>, находим функцию <math>v(x)</math>:</p> $\frac{dv}{dx} - \frac{v}{x} = 0, \frac{dv}{v} = \frac{dx}{x}, \int \frac{dv}{v} = \int \frac{dx}{x}, \ln v = \ln x, v = x.$ <p>2. Подставляем <math>v = x</math> во второе уравнение <math>u'v = -u^2v^2</math>:</p> $\frac{du}{dx}x = -x^2u^2, u^{-2}du = -x dx, -\frac{1}{u} = -\frac{x^2}{2} + C, u = \frac{2}{x^2 - 2C}.$ <p>Так как <math>y = uv</math>, то общее решение уравнения Бернулли: <math>y = \frac{2x}{x^2 - 2C}</math>.</p> <p>Используем начальные условия <math>x=1, y=-1</math>, для нахождения соответствующего значения константы <math>C</math>: <math>-1 = \frac{2}{1 - 2C}, C = \frac{3}{2}</math>.</p> <p>Итак, решение задачи Коши имеет вид: <math>y = \frac{2x}{x^2 - 3}</math>.</p>
42.	<p><b>Задача.</b> Найти произведение матриц <math>A</math> и <math>B</math></p> $A \cdot B = C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 & 4 \\ 5 & 9 & -1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 4 \cdot 4 + 2 \cdot 5 & 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 9 & 4 \cdot 4 + 2 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 4 + (-3) \cdot 5 & 1 \cdot (-2) + (-3) \cdot 9 & 1 \cdot 4 + (-3) \cdot (-1) \\ 3 \cdot 4 + 5 \cdot 5 & 3 \cdot (-2) + 5 \cdot 9 & 3 \cdot 4 + 5 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 10 & 14 \\ -11 & -29 & 7 \\ 37 & 39 & 7 \end{pmatrix}$
43.	<p><b>Задача.</b> Найти матрицу, обратную заданной матрице <math>A</math>:</p> $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad \det A = \begin{vmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 4;$ $A_{11} = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 6; \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -7; \quad A_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 2;$ $A_{21} = -\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -2; \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3; \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -2;$ $A_{31} = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -10; \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = 13; \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -2;$ $A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}; \quad A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 6 & -2 & -10 \\ -7 & 3 & 13 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 & -5/2 \\ -7/4 & 3/4 & 13/4 \\ 1/2 & -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$
44.	<p><b>Задача.</b> Найти решение матричного уравнения:</p> <p>Дано уравнение <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 1 \\ 3 &amp; 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 3 &amp; 1 \\ 1 &amp; 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 &amp; 4 \\ 3 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Найти неизвестную матрицу <math>X</math>.</p> <p>Выполнив ранее указанные действия, получаем</p> $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow A \cdot X \cdot B = C \rightarrow X = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}; \det A = 1; A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \det B = 5; B^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix};$$

$$A^{-1} \cdot C = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 12 & -14 \end{pmatrix};$$

$$X = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 12 & -14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -23/5 & 34/5 \\ 38/5 & -54/5 \end{pmatrix}.$$

45. **Задача.** Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 3x-5y+3z=1 \\ 2x+7y-z=8 \end{cases} \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -11 & 0 \\ 2 & 3 & -3 \end{vmatrix} = 33; \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 8 & 7 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -11 & -11 & 3 \\ 12 & 9 & -1 \end{vmatrix} = 33$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 8 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 3 & -8 & -1 \end{vmatrix} = 3 \cdot 11 = 33; \Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -5 & 1 \\ 2 & 7 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -11 & -11 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 33; x=1; y=1; z=1$$

46. **Задача.** Доказать, что когда М — точка ABC и О — произвольные точки пространства, то

выполняется равенство: 
$$\vec{OM} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}).$$

Пусть  $CC_1$  медиана треугольника ABC. По свойствам медиан

треугольника  $M\vec{C}_1 = \frac{1}{3}C\vec{C}_1$ . Применив к векторам  $M\vec{C}_1$  и  $C\vec{C}_1$  формулу вычитания векторов

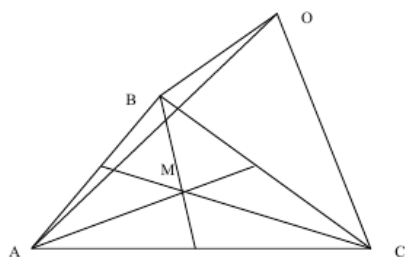


Рис. 8.

достанем:

$$O\vec{C}_1 - O\vec{M} = \frac{1}{3}(O\vec{C}_1 - O\vec{C}),$$

отсюда

$$O\vec{M} = \frac{1}{3}O\vec{C} + \frac{2}{3}O\vec{C}_1.$$

Но

$$O\vec{C}_1 = (O\vec{A} + O\vec{B}),$$

тогда

$$O\vec{M} = \frac{1}{3}O\vec{C} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(O\vec{B} + O\vec{A}) = \frac{1}{3}(O\vec{A} + O\vec{B} + O\vec{C}).$$

47. **Задача.** У прямоугольного параллелепипеда рёбра  $AB, AD, AA_1$  имеют длину 2, 3, 5. Вычислить длины отрезков  $AC$  и  $DC_1$  и угол между прямыми  $AC$  и  $AC_1$ .

Пусть  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  – единичные вектора направленные вдоль рёбер, которые рассматриваются. Тогда  $\vec{a}^2 = \vec{b}^2 = \vec{c}^2 = 1, \vec{a}\vec{b} = \vec{a}\vec{c} = \vec{b}\vec{c} = 0$  (поскольку параллелепипед прямоугольный).

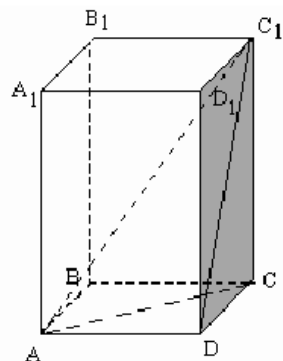


рис.1.

$$\vec{AB} = 2\vec{a}, \vec{AD} = 3\vec{b}, \vec{AA}_1 = 5\vec{c},$$

а поэтому справедливо

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AB} + \vec{AD} = 2\vec{a} + 3\vec{b};$$

$$\vec{DC}_1 = \vec{DC} + \vec{CC}_1 = \vec{AB} + \vec{AA}_1 = 2\vec{a} + 5\vec{c}.$$

Этим закончен "перевод" условия задачи на "язык" векторов.

Теперь произведём вычисления с векторами:

$$\vec{AC}^2 = (2\vec{a} + 3\vec{b})^2 = 4\vec{a}^2 + 12\vec{a}\vec{b} + 9\vec{b}^2 = 4 + 9 = 13,$$

$$\vec{DC}_1^2 = (2\vec{a} + 5\vec{c})^2 = 4\vec{a}^2 + 20\vec{a}\vec{c} + 25\vec{c}^2 = 4 + 25 = 29,$$

$$\vec{AC} \cdot \vec{DC}_1 = (2\vec{a} + 3\vec{b})(2\vec{a} + 5\vec{c}) = 4\vec{a}^2 + 10\vec{a}\vec{c} + 6\vec{a}\vec{b} + 15\vec{b}\vec{c} = 4.$$

Наконец "переводим" полученные вектора равенства снова на "геометрический язык".

Поскольку  $\vec{AC}^2 = |\vec{AC}|^2$  то  $|\vec{AC}| = \sqrt{\vec{AC}^2} = \sqrt{13}$  аналогично  $|\vec{DC}_1| = \sqrt{29}$ .

Далее поскольку  $\vec{AC} \cdot \vec{DC}_1 = |\vec{AC}| |\vec{DC}_1| \cos \varphi$ , где  $\varphi$  – угол между данными векторами

то  $4 = \sqrt{13} \cdot \sqrt{29} \cdot \cos \varphi$ , откуда получаем  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{29}}$ . Теперь с помощью тригонометрических таблиц находим значения угла  $\varphi \approx 18^\circ 7'$ .

48.

**Задача.** Даны две точки  $M_1(3, 1)$  и  $M_2(-1, 4)$ . Написать уравнение прямой, проходящей через эти точки. Найти угловой коэффициент  $k$ .

$$\text{Зная уравнения: } \frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \quad \text{и} \quad k = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\text{Запишем: } \frac{x-3}{-1-3} = \frac{y-1}{4-1}, \quad 3x+4y-13=0, \quad k = -\frac{A}{B} = -\frac{3}{4}; \quad \frac{x}{\frac{13}{3}} + \frac{y}{\frac{13}{4}} = 1.$$

Тогда уравнение прямой, проходящей через точки  $M_1(3, 1)$  и  $M_2(-1, 4)$ :  $3x + 4y - 13 = 0$  угловой коэффициент  $k = 1$ .

49.

**Задача.**

Найти расстояние от точки  $M_0(2; -1)$  до прямой  
 $3x + 4y - 22 = 0$ .

По формуле  $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ , получаем

$$d = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) - 22|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{20}{5} = 4.$$

**Кейс - задания**

50.

Кейс – задание 1

Исследовать функцию и построить график  $y = \frac{1}{4}(x^3 + 9x^2 + 15x - 9)$ 1 Областью определения функции являются все действительные числа  $D(y) = (-\infty; \infty)$ 2 Так как все числа входят в  $D(y)$ , то вертикальных асимптот нет.

3 Ищем наклонные асимптоты.

Их уравнение имеет вид  $y=kx+b$ , где  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x}$ ;  $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (y - kx)$ .Находим  $k$ :

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{4}(x^3 + 9x^2 + 15x - 9)}{x} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{x} + \frac{9x^2}{x} + \frac{15x}{x} - \frac{9}{x} \right) = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow \infty} \left( x^2 + 9x + 15 - \frac{9}{x} \right) = \frac{1}{4} \cdot \infty = \infty$$

Асимптот наклонных нет

51.

4.Находим опорные точки

а) Точки максимума и минимума. Для этого находим производную и приравняем ее к нулю.

$$y' = \left( \frac{1}{4}(x^3 + 9x^2 + 15x - 9) \right)' = \frac{1}{4}(3x^2 + 18x + 15)$$

$$\frac{1}{4}(3x^2 + 18x + 15) = 0$$

$$3x^2 + 18x + 15 = 0 \quad | :3$$

$$D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$\sqrt{D} = 4$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 - 4}{2 \cdot 1} = -5$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 + 4}{2 \cdot 1} = -1$$

Разбиваем ось  $Ox$  на интервалы и проверяем в них знаки производной подставляя в производную любое число из интервала

	$(-\infty; -5)$	$-5$	$(-5; -1)$	$-1$	$(-1; \infty)$
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	↗		max	↘	
				min	↗

Вычислим значение функции в максимуме и минимуме.

$$y(-5) = \frac{1}{4}[(-5)^3 + 9 \cdot (-5)^2 + 15 \cdot (-5) - 9] = 4$$

$$y(-1) = \frac{1}{4}[(-1)^3 + 9 \cdot (-1)^2 + 15 \cdot (-1) - 9] = -4$$

б) Находим точки перегиба. Для этого находим вторую производную и приравниваем ее к нулю.

$$y'' = \left( \frac{1}{4}(x^3 + 9x^2 + 15x - 9) \right)'' = \frac{1}{4}(6x + 18)$$

$$\frac{1}{4}(6x + 18) = 0$$

$$6x + 18 = 0$$

$$6x = -18$$

$$x = -\frac{18}{6} = -3$$

Разобьем область определения на интервалы и проверим знак второй производной в этих интервалах

	$(-\infty; -3)$	$-3$	$(-3; \infty)$
$y''$	$-$	$0$	$+$
$y$	$\cap$	перегиб	$\cup$

Вычислим значение функции в перегибе

$$y(-3) = \frac{1}{4}[(-3)^3 + 9 \cdot (-3)^2 + 15 \cdot (-3) - 9] = 0$$

52.

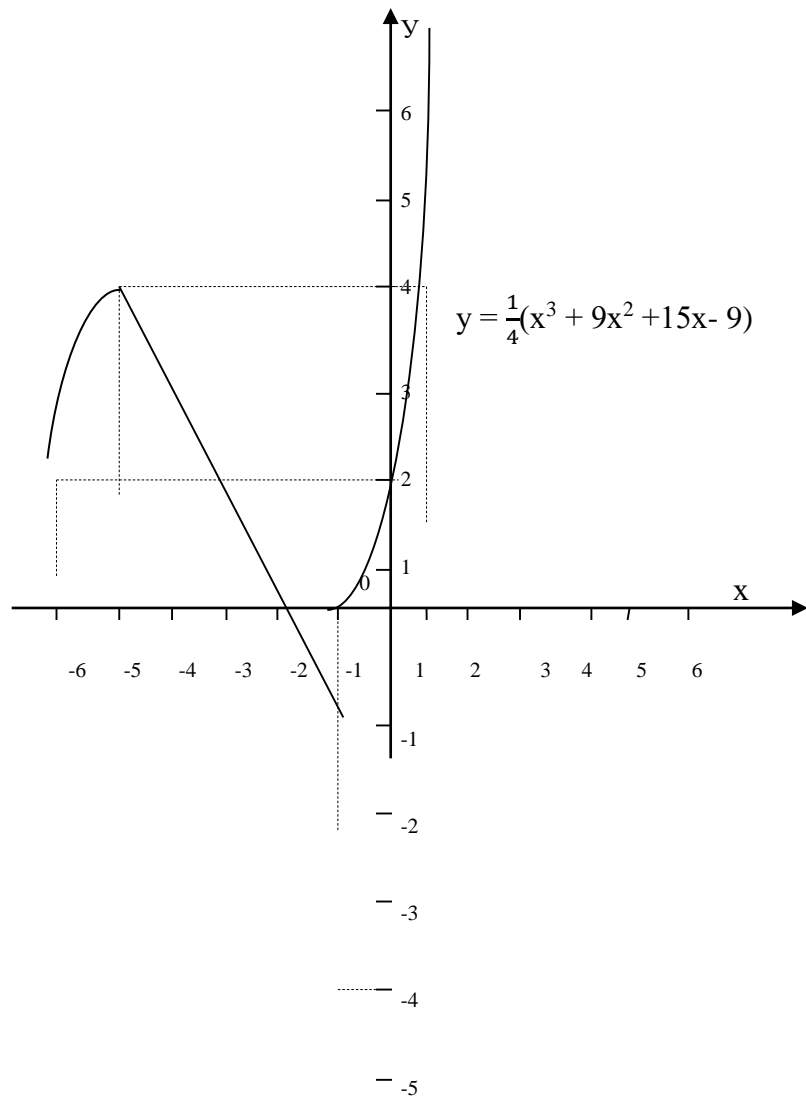
5. Составить таблицу для  $x$  и  $y$ , в нее запишем опорные точки и добавим дополнительные.

$x$	$-5$	$-1$	$-3$	$-6$	$1$	$0$
$y$	$4$	$-4$	$0$	$2\frac{1}{4}$	$4$	$-2\frac{1}{4}$

$$y(-6) = \frac{1}{4}[(-6)^3 + 9 \cdot (-6)^2 + 15 \cdot (-6) - 9] = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$y(1) = \frac{1}{4}(1 + 9 + 15 - 9) = 4$$

Строим график



53.

Кейс – задание 2 Исследовать функцию и построить ее график:  $y = x^3 - 3x$ .

1) Функция определена на всей числовой оси, т. е. ее область определения  $D(y) = (-\infty; +\infty)$ .

2) Найдем точки пересечения с осями координат: с осью  $OX$  : решим уравнение  $x^3 - 3x = 0$   $x(x^2 - 3) = 0$ ,  $x = 0$  или  $x = \pm\sqrt{3}$ . с осью  $OY$ :  $y(0) = 0^3 - 3 \cdot 0 = 0$

3) Найдем промежутки выпуклости и точки перегиба функции:  $y'' = 6x$

4) Критические точки:  $6x = 0$ ,  $x = 0$ .  $y(0) = 0^3 - 3 \cdot 0 = 0$

$x$	$(-\infty, 0)$	$0$	$(0, +\infty)$
$y''$	-	$0$	+
$y$		точка перегиба а 0	

54.

5) Выясним, не является ли функция четной или нечетной:




$$y(-x) = (-x)^3 - 3(-x) = -x^3 + 3x = -(x^3 - 3x) = -y(x).$$

Отсюда следует, что функция является нечетной.

6) Функция неперiodична.

Найдем промежутки монотонности и точки экстремума функции:  $y' = 3x^2 - 3$ .

Критические точки:  $3x^2 - 3 = 0$ ,  $x^2 = 1$ ,  $x = \pm 1$ .

$x$	$(-\infty, -1)$	$-1$	$(-1, 1)$	$1$	$(1, +\infty)$
$y'$	+	$0$	-	$0$	+
$y$		т. max 2		т. min -2	

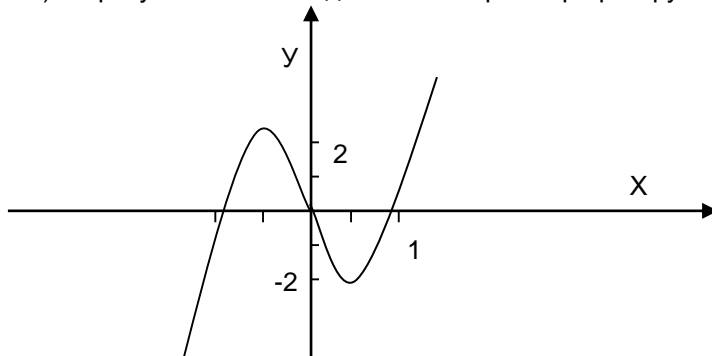
$$y(0) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1) = 2$$

$$y(2) = 1^3 - 3 \cdot 1 = -2$$

55.

7) Функция непрерывна, асимптот у нее нет.

8) По результатам исследования построим график функции  $y = x^3 - 3x$ :



Критерии и шкалы оценки теста:

Процентная шкала 0-100 %; отметка в системе

«неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично»

85-100% - **отлично**;

75- 84,99% - **хорошо**;

60-74,99% - **удовлетворительно**;

0-59,99% - **неудовлетворительно**.

Критерии оценки кейс-задания:

кейс–задание выполнено полностью, обучающийся привел полную четкую аргументацию выбранного решения, продемонстрировал хорошие теоретические знания, имеет собственную обоснованную точку зрения на проблему – **отлично**;

кейс–задание выполнено полностью, теоретическое обоснование ограничено, имеется собственная точка зрения на проблему, но не все причины ее возникновения установлены – **хорошо**;

кейс–задание выполнено более чем на 2/3, обучающийся показывает явный недостаток теоретических знаний, выводы слабые, собственная точка зрения на причины возникновения проблемы не обоснована или отсутствует – **удовлетворительно**;

кейс-задание не выполнено, или выполнено менее чем на треть, если решение и обозначено, то оно не является решением проблемы, которая заложена в кейсе - **неудовлетворительно**.

### 3.2 Собеседование (вопросы для экзамена)

#### 3.2.1 Вопросы для экзамена

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

№ задания	Формулировка вопроса
56	Действия над комплексными числами в алгебраической, показательной и тригонометрической форме.
57	Комплексные числа. Определение комплексных чисел. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
58	Тригонометрическая и показательная форма комплексных чисел.
59	Теория пределов. Предел последовательности. Основные теоремы о пределах.
60	Предел функции. Односторонние пределы.
61	Производная функции. Производные простейших функций.
62	Понятие дифференциала функции и его свойства. Основные теоремы дифференциального исчисления.
63	Производные высших порядков. Раскрытие неопределенностей.
64	Физический смысл дифференциала второго порядка.
65	Условия монотонности функции. Необходимое и достаточное условие экстремума. Область определения функции. Непрерывность функции. Основные элементарные функции.
66	Исследование функции одной переменной и построение графика. Асимптоты графика функции.
67	Исследование функции двух переменных. Понятие функции нескольких переменных. Частные производные функции нескольких переменных.



	Частные производные высших порядков
68	Первообразная функция. Неопределенный интеграл.
69	Свойства неопределенного интеграла.
70	Понятие об основных методах интегрирования. Непосредственное интегрирование
71	Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
72	Двойные интегралы и их свойства
73	Бесконечные ряды. Числовые ряды
74	Сходимость ряда
75	Степенные ряды
76	Определение дифференциального уравнения. Задача Коши.
77	Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными
78	Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
79	Матрицы. Виды матриц.
80	Действия над матрицами.
81	Определитель матрицы и его свойства.
82	Системы линейных уравнений. Методы их решений
83	Векторы. Действия над векторами.
84	Коллинеарные векторы. Разложение вектора.
85	Прямоугольная система координат на плоскости. Декартова система координат.
86	Деление отрезка в данном отношении
87	Уравнение линии на плоскости. Общее уравнение прямой линии.
88	Уравнение второй степени с двумя переменными.

обучающийся ответил на все вопросы, допустил не более 1 ошибки в ответе - **отлично**;

обучающийся ответил на все вопросы, допустил не более 3 ошибок - **хорошо**;

обучающийся ответил не на все вопросы, но в тех, на которые дал ответ не допустил ошибки - **удовлетворительно**;

обучающийся ответил не на все вопросы, допустил более 5 ошибок - **неудовлетворительно**.

### 3.3 Задания для практических работ

#### 3.3.1 Тематика практических работ

**ОК 1** Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

**ОК 5** Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях

№ задания	Тематика практических занятий
-----------	-------------------------------

89	*Решение задач с комплексными числами.
90	*Вычисление пределов функций.
91	* Вычисление производных и дифференциалов высших порядков функций.
92	* Интегральное исчисление, решения интегралов, вычисление интегралов.
93	*Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.
94	* Интегральное исчисление, решения интегралов, вычисление интегралов.
95	*Решение задач на сходимость ряда.
96	*Решение дифференциальных уравнений.
97	Решение задач на нахождение обратной матрицы
98	*Решение задач по линейной алгебре.
99	* Векторы и действия с ними
100	*Решение задач по аналитической геометрии.

#### Критерии оценки:

практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; показан высокий уровень знания изученного материала по заданной теме, проявлен творческий подход, умение глубоко анализировать проблему и делать обобщающие практико-ориентированные выводы; работа выполнена без ошибок и недочетов или допущено не более одного недочета – **отлично**;

практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; показан хороший уровень владения изученным материалом по заданной теме, работа выполнена полностью, но допущено в ней: а) не более одной негрубой ошибки и одного недочета; б) или не более двух недочетов - **хорошо**;

практическое задание выполнено в установленный срок с частичным использованием рекомендаций преподавателя; продемонстрированы минимальные знания по основным темам изученного материала; выполнено не менее половины работы или допущены в ней а) не более двух грубых ошибок, б) не более одной грубой ошибки и одного недочета, в) не более двух-трех негрубых ошибок, г) одна негрубая ошибка и три недочета, д) при отсутствии ошибок, 4-5 недочетов) - **удовлетворительно**;

число ошибок и недочетов превосходит норму, при которой может быть выставлена оценка «удовлетворительно» или если правильно выполнено менее половины задания; если обучающийся не приступал к выполнению задания или правильно выполнил не более 10 процентов всех заданий - **неудовлетворительно**.

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Процедуры оценивания в ходе изучения дисциплины знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций, регламентируются положениями:

- П ВГУИТ 2.4.03 Положение о курсовых экзаменах и зачетах;

- П ВГУИТ 4.1.02 Положение о рейтинговой оценке текущей успеваемости.

Для оценки знаний, умений и навыков обучающихся по дисциплине применяется рейтинговая система. Итоговая оценка по дисциплине определяется на основании определения среднеарифметического значения баллов по каждому заданию.

Экзамен по дисциплине выставляется в зачетную ведомость по результатам работы в семестре после выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных рабочей программой дисциплины и получении по результатам тестирования по всем разделам дисциплины не менее 60 %.

## 5. Матрица соответствия результатов обучения, показателей, критериев и шкал оценки

Результаты обучения по этапам формирования компетенций	Предмет оценки (продукт или процесс)	Показатель оценки	Критерии оценивания сформированности компетенций	Шкала оценки	
				Академическая оценка или баллы	Уровень освоения компетенции
<b>5.1. ОК 01</b> Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам <b>ОК 05</b> Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.					
<b>Знать:</b> основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;  основы дифференциального и интегрального исчисления; основы теории комплексных чисел.  <b>Уметь:</b> выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; применять методы дифференциального и интегрального исчисления; решать дифференциальные	Знание основ математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;  основ дифференциального и интегрального исчисления; основы теории комплексных чисел.  Умение выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;  решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на	Результаты тестирования	Обучающимся даны правильные ответы на 85-100% тестовых вопросов	Отлично	Освоена (повышенный)
			Обучающимся даны правильные ответы на 75-84,99% тестовых вопросов	Хорошо	Освоена (повышенный)
			Обучающимся даны правильные ответы на 60-74,99% тестовых вопросов	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			Обучающимся даны правильные ответы менее чем на 59,99% тестовых вопросов	Неудовлетворительно	Не освоена (недостаточный)
		Собеседование (экзамен)	Обучающийся ответил на все вопросы, допустил не более 1 ошибки в ответе	Отлично	Освоена (повышенный)
			Обучающийся ответил на все вопросы, допустил более 1, но менее 3 ошибок	Хорошо	Освоена (повышенный)
			Обучающийся ответил не на все вопросы, но в тех, на которые дал ответ не допустил ошибки	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			Обучающийся ответил не на все вопросы, допустил более 5 ошибок	Неудовлетворительно	Не освоена (недостаточный)
		Собеседование (вопросы к практическим работам) и домашним работам	Практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; показан высокий уровень знания изученного материала по заданной теме, проявлен творческий подход, умение глубоко анализировать проблему и делать обобщающие практико-ориентированные выводы; работа выполнена без ошибок и недочетов или допущено не более одного недочета	Отлично	Освоена (повышенный)

уравнения; пользоваться понятиями теории комплексных чисел;	плоскости; применять методы дифференциального и интегрального исчисления; решать дифференциальные уравнения; пользоваться понятиями теории комплексных чисел;		Практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; показан хороший уровень владения изученным материалом по заданной теме, работа выполнена полностью, но допущено в ней: а) не более одной негрубой ошибки и одного недочета; б) или не более двух недочетов	Хорошо	Освоена (повышенный)
			Практическое задание выполнено в установленный срок с частичным использованием рекомендаций преподавателя; продемонстрированы минимальные знания по основным темам изученного материала; выполнено не менее половины работы или допущены в ней а) не более двух грубых ошибок, б) не более одной грубой ошибки и одного недочета, в) не более двух-трех негрубых ошибок, г) одна негрубая ошибка и три недочета, д) при отсутствии ошибок, 4-5 недочетов)	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			Число ошибок и недочетов превосходит норму, при которой может быть выставлена оценка «удовлетворительно» или если правильно выполнено менее половины задания; если обучающийся не приступал к выполнению задания или правильно выполнил не более 10 процентов всех заданий	Неудовлетворительно	Не освоена
		Выполнение кейс-заданий	Кейс–задание выполнено полностью, обучающийся привел полную четкую аргументацию выбранного решения, продемонстрировал хорошие теоретические знания, имеет собственную обоснованную точку зрения на проблему	Отлично	Освоена (повышенный)
			Кейс–задание выполнено полностью, теоретическое обоснование ограничено, имеется собственная точка зрения на проблему, но не все причины ее	Хорошо	Освоена (повышенный)

			возникновения установлены		
			Кейс-задание выполнено более чем на 2/3, обучающийся показывает явный недостаток теоретических знаний, выводы слабые, собственная точка зрения на причины возникновения проблемы не обоснована или отсутствует	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			Кейс-задание не выполнено, или выполнено менее чем на треть, если решение и обозначено то оно не является решением проблемы, которая заложена в кейсе	Неудовлетворительно	Не освоена