МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНЖЕНЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 00A29CA99D98126F4EB57F6F989D713C88
Владелец: Василенко Виталий Николаевич
Действителен: с 07.07.2022 до 30.09.2023

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе

____________ Василенко В.Н.

«25» ______05______ 2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА
(наименование в соответствии с РУП)

Специальность/профессия

09.02.07 Информационные системы и программирование
(шифр и наименование специальности/профессии)

Квалификация выпускника
Разработчик веб и мультимедийных приложений

Разработчик ____________ 25.05.2023 г. Руднева И.Г.

(подпись) (дата) (Ф.И.О.)

СОГЛАСОВАНО:

Председатель цикловой комиссии информационных технологий

(наименование ЦК, являющейся ответственной за данную специальность, профессию)

_________________ ___25.05.2023 г.__ ______Володина Ю.Ю.____________

(подпись) (дата) (Ф.И.О.)

1. Цели и задачи дисциплины

1. Целями освоения дисциплины ЕН.03 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА является формирование компетенций обучающегося в области профессиональной деятельности 06 Связь, информационные и коммуникационные технологии (приказ Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 29 сентября 2014 г. № 667н "О реестре профессиональных стандартов (перечне видов профессиональной деятельности)", зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 ноября 2014 г., регистрационный № 34779);

Дисциплина направлена на решение задач следующих видов профессиональной деятельности:

- проектирование и разработка информационных систем;
- разработка дизайна веб-приложений;
- проектирование, разработка и оптимизация веб-приложений.

Программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование (утв. приказом Министерства образования и науки РФ от 9 декабря 2016 г. N 1547 с изменениями и дополнениями от 17 декабря 2020 г.).

2. Перечень планируемых результатов обучения, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины в соответствии с предусмотренными компетенциями обучающийся должен

уметь:

применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;

знать:

Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса;

понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин;

центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

№ п/п	Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
1	ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при

		различным контекстам	решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
2	ОК 02	Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
3	ОК 04	Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод

			математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
4	ОК 05	Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
5	ОК 09	Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
6	ОК 10	Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме

			Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
7	ОК 11	Использовать знания по финансовой грамотности, планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*

3. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина относится к математическому и общему естественнонаучному циклу (ЕН.00) и изучается в 3 семестре 2 года обучения. Дисциплина основывается на изучении общеобразовательных учебных дисциплин «Математика», «Информатика», дисциплин математического и общего естественнонаучного учебного цикла «Элементы высшей математики».

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет __52__ ак. ч.

Виды учебной работы	**Всего академических часов**	**Распределение трудоемкости по семестрам, ак. ч**
		3 семестр
Общая трудоемкость дисциплины	52	52
Контактная работа, в т.ч. аудиторные занятия:	48	48
Лекции	32	32
в том числе в форме практической подготовки	18	18

Практические/лабораторные занятия	16	16
в том числе в форме практической подготовки	16	16
Консультации текущие	-	-
Вид аттестации (зачет/экзамен)	Контрольная работа	Контрольная работа
Самостоятельная работа:	4	4
проработка материала по конспекту лекций	2	2
выполнение домашних заданий (индивидуальных)	1	1
подготовка к тестированию	1	1

5 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1 Содержание разделов дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (указываются темы и дидактические единицы)	Трудоемкость раздела, ак. час	
			в традиционной форме	в форме практической подготовки
1	Элементы комбинаторики	1. Введение в теорию вероятностей 2. Упорядоченные выборки (размещения). Перестановки 3. Неупорядоченные выборки (сочетания)	2	2
2	Основы теории вероятностей	1. Случайные события. Классическое определение вероятностей 2. Формула полной вероятности. Формула Байеса 3. Вычисление вероятностей сложных событий 4. Схемы Бернулли. Формула Бернулли 5. Вычисление вероятностей событий в схеме Бернулли	4	4
3	Дискретные случайные величины (ДСВ)	1. Дискретная случайная величина (ДСВ) 2. Графическое изображение распределения ДСВ. Функции от ДСВ 3. Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение ДСВ 4. Понятие биномиального распределения, характеристики 5.Понятие геометрического распределения, характеристики	4	2
4	Непрерывные случайные величины (НСВ)	1. Понятие НСВ. Равномерно распределенная НСВ. Геометрическое определение вероятности 2. Центральная предельная теорема	2	4
5	Математическая статистика	1. Задачи и методы математической статистики. Виды выборки 2. Числовые характеристики вариационного ряда	4	4
6	*Контрольная работа*		-	

5.2 Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции, ак. ч		Практические занятия, ак. ч		СРО, ак. ч
		в	в форме	в	в форме	4 час.

		традиционной форме	практической подготовки	традиционной форме	практической подготовки	
1	Элементы комбинаторики	2	2		2	1
2	Основы теории вероятностей	6	2		4	1
3	Дискретные случайные величины (ДСВ)	2	4		2	0,5
4	Непрерывные случайные величины (НСВ)	4	2		2	0,5
5	Математическая статистика	4	4		2	1
6	*Контрольная работа*					

5.2.1 Лекции

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тематика лекционных занятий	Трудоемкость, ак. ч
1	Элементы комбинаторики	* Введение в теорию вероятностей Упорядоченные выборки (размещения). Перестановки Неупорядоченные выборки (сочетания).	4
2	Основы теории вероятностей	*Случайные события. Классическое определение вероятностей Формула полной вероятности. Формула Байеса Вычисление вероятностей сложных событий Формула Бернулли	8
3	Дискретные случайные величины (ДСВ)	* Дискретная случайная величина (ДСВ) Графическое изображение распределения ДСВ. Функции от ДСВ Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение ДСВ Понятие биномиального и геометрического распределения, их характеристики.	6
4	Непрерывные случайные величины (НСВ)	* Понятие НСВ. Равномерно распределенная НСВ. Геометрическое определение вероятности. Центральная предельная теорема.	6
5	Математическая статистика	* Задачи и методы математической статистики. Виды выборки. Числовые характеристики вариационного ряда.	8

*****в форме практической подготовки

5.2.2 Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, ак. ч
1	Элементы комбинаторики	***** Подсчёт числа комбинаций. Вычисление вероятностей с использованием формул комбинаторики.	2
2	Основы теории вероятностей	***** Вычисление вероятностей сложных событий.	4
3	Дискретные случайные величины (ДСВ)	***** Построение закона распределения и функция распределения ДСВ. Вычисление основных числовых характеристик ДСВ.	4
4	Непрерывные случайные величины (НСВ)	***** Вычисление числовых характеристик НСВ. Построение функции плотности и интегральной функции распределения.	2

5	Математическая статистика	* Построение эмпирической функции распределения. Вычисление числовых характеристик выборки. Точечные и интервальные оценки.	4

*в форме практической подготовки

5.2.3 Лабораторный практикум

не предусмотрен

5.2.4 Самостоятельная работа обучающихся

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид СРО	Трудоемкость, ак.ч
1	Элементы комбинаторики	Проработка материала по конспекту лекций	1
2	Основы теории вероятностей	Проработка материала по конспекту лекций	1
3	Дискретные случайные величины (ДСВ)	Подготовка к тестированию	0,5
4	Непрерывные случайные величины (НСВ)	Выполнение домашних работ	0,5
5	Математическая статистика	Выполнение домашних работ	1

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Для освоения дисциплины обучающийся может использовать:

6.1 Основная литература

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / Ш. А. Алимов [и др.]. - М.: Просвещение, 2019,2021

2. Осипенко, С. А. Элементы высшей математики : учебное пособие . – Москва ; Берлин:Директ-Медиа,2020 https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=571231

3. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для среднего профессионального образования — Москва : Издательство Юрайт, 2022 https://urait.ru/viewer/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika-489854#page/1

6.2 Дополнительная литература

1. Специальные главы высшей математики: руководство к решению задач с теоретическим материалом по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие / С. Н. Веричев, Г. В. Недогибченко, Б. С. Резников . – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2018 https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=576572

2.Основы теории вероятностей и математической статистики : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. – Москва : ФЛИНТА, 2021 https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=500648

3. Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие . – Москва: Университет Синергия, 2020 https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=571503

4. Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль и др. – Москва : Дашков и К°, 2020 [*https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=573171*](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=573171)

Периодические издания:
- Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы;
- Информационные технологии и вычислительные систем;
- Информационные системы и технологии.

6.3 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся
Электронно-библиотечные системы: *ЭБС издательства "Лань" и ЭБС «ЮРАЙТ»*

6.4 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
«Российское образование» - федеральный портал	*https://www.edu.ru/*
Научная электронная библиотека	*https://elibrary.ru/defaultx.asp?*
Национальная исследовательская компьютерная сеть России	*https://niks.su/*
Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»	*http://window.edu.ru/*
Электронная библиотека ВГУИТ	*http://biblos.vsuet.ru/megapro/web*
Сайт Министерства науки и высшего образования РФ	*https://minobrnauki.gov.ru/*
Портал открытого on-line образования	*https://npoed.ru/*
Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «ВГУИТ	*https://education.vsuet.ru/*

6.5 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При изучении дисциплины используется программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы: ЭИОС университета, в том числе на базе программной платформы «Среда электронного обучения 3KL», автоматизированная информационная база «Интернет-тренажеры», «Интернет-экзамен».

При освоении дисциплины используется лицензионное и открытое программное обеспечение – *н-р, ОС Windows, ОС ALT Linux.*

7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Обеспеченность процесса обучения техническими средствами полностью соответствует требованиям ФГОС по направлению подготовки. Материально-техническая база приведена в лицензионных формах и расположена во внутренней сети по адресу http://education.vsuet.ru.

При чтении лекций, проведении практических занятий и контроле знаний обучающихся по дисциплине используется:

Кабинет Математических дисциплин (ауд. 5)	Проектор Epson EB-W9 – 1 шт.; Крепление проектора потолочное универсальное IC-PR-1t Titanium – 1 шт.; Экран настенный Screen Media MW 153x153 – 1шт.; Ноутбук ASUS K 73 E I5-2410 M CPU\4096\500\DVD-RW \ Intel(R) HD Graphics 3000– 3 шт.;	ПО нет

	Маркерная доска; Плакаты, наглядные пособия, схемы; Рабочие места по количеству обучающихся; Рабочее место преподавателя	

.

Аудитория для самостоятельной работы студентов:

Компьютерный класс для самостоятельной работы, в т.ч. для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (ауд.19)	Локальная сеть, коммутатор Д-Link DES-1016 с выходом в «Интернет»; Компьютер в сборе в составе: Intel Core i3-540/4096/500/DVD-RW/GeForce CT220 – 8 шт.; Принтер лазерный HP Laser jet P-2035 A4 30 стр.в мин. – 1 шт.; Сканер HP Scan jet- 3110-1шт.; Мультимедиа проектор SANVO PLC –XU 50 – 1 шт.; Экран переносной – 1 шт.; Ноутбук ASUS К 73 E I5-2410 M CPU\4096\500\DVD-RW \Intel(R) HD Graphics 3000 – 1 шт.; Маркерная доска; Плакаты, наглядные пособия, схемы; Комплект учебной мебели.	Microsoft Windows7 ; Adobe Reader XI; Microsoft Office 2007 Standart; GIMP; Pascal ABC; Inkscape; Free Pascal; Paint.NET; Oracle VM Virtual Box; Microsoft Visual Studio 2010; Лицензия № ААА.0217.00 с 21.12.2017 г. по «Бессрочно»

Дополнительно, самостоятельная работа обучающихся, может осуществляться при использовании:

Ресурсный центр	Компьютеры со свободным доступом в сеть Интернет и Электронными библиотечными и информационно справочными системами.	Альт Образование 8.2 + LibreOffice 6.2+Maxima Лицензия № ААА.0217.00 с 21.12.2017 г. по «Бессрочно»

8 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Оценочные материалы (ОМ) для дисциплины включают в себя:

- перечень компетенций с указанием индикаторов достижения компетенций, этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и практического опыта.

ОМ представляются отдельным комплектом и **входят в состав рабочей программы дисциплины.**

Оценочные материалы формируются в соответствии с П ВГУИТ «Положение об оценочных материалах».

АННОТАЦИЯ
К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ
ДИСЦИПЛИНЫ
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

№ п/п	Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
1	ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
2	ОК 02	Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
3	ОК 04	Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ

			многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
4	ОК 05	Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
5	ОК 09	Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин;

			центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
6	ОК 10	Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
7	ОК 11	Использовать знания по финансовой грамотности, планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*

знать элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли; формулу(теорему) Байеса;

понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин;

центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*

Уметь применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа.

Содержание разделов дисциплины.

Элементы комбинаторики. Упорядоченные выборки (размещения). Перестановки. Неупорядоченные выборки (сочетания).

Основы теории вероятностей. Случайные события. Классическое определение вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Вычисление вероятностей сложных событий. Схемы Бернулли. Формула Бернулли. Вычисление вероятностей событий в схеме Бернулли.

Дискретные случайные величины (ДСВ). Графическое изображение распределения ДСВ. Функции от ДСВ. Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение ДСВ. Понятие биномиального распределения, характеристики. Понятие геометрического распределения, характеристики.

Непрерывные случайные величины (НСВ.) Понятие НСВ. Равномерно распределенная НСВ. Геометрическое определение вероятности. Центральная предельная теорема.

Математическая статистика. Задачи и методы математической статистики. Виды выборки. Числовые характеристики вариационного ряда.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

по дисциплине

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

специальность 09.02.07 Информационныеные системы и программирование

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования

№ п/п	Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
1	ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
2	ОК 02	Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
3	ОК 04	Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием

4			элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
4	ОК 05	Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
5	ОК 09	Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*

6	ОК 10	Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*
7	ОК 11	Использовать знания по финансовой грамотности, планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере	Умения: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
			Знания Элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*

2. Паспорт оценочных материалов по дисциплине

№ п/п	Разделы дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или ее части)	Оценочные материалы		Технология/процедура оценивания (способ контроля)
			наименование	№№ заданий	
	Элементы комбинаторики	ОК 1. ОК 5	Банк тестовых заданий	1, 2, 46 - 48	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% -

1					неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания	17,18, 59 – 61, 82	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Кейс - задание	40 – 45, 74 - 81	Кейс - задание
2	Основы теории вероятностей	ОК 1. ОК 5	Банк тестовых заданий	3 – 5 10 – 12, 49,	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания	19 – 21, 24 - 28, 62, 63, 83	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Кейс - задание	74 - 81	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
3	Дискретные случайные величины (ДСВ)	ОК 1. ОК 5	Банк тестовых заданий	6 -9 , 50, 51,	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания	22,23, 29 – 31, 36,66, 67, 84	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Кейс - задание		Проверка преподавателем (уровневая шкала)
4	Непрерывные случайные величины (НСВ)	ОК 1. ОК 5	Банк тестовых заданий	10 – 12, 52 – 55, 56 - 58	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.

			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания	32 – 34, 64, 65, 85	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Кейс - задание	74 - 81	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
5	Математическая статистика	ОК 1. ОК 5	Банк тестовых заданий	13- 16	Компьютерное тестирование Процентная шкала. 0-100 %; 0-59,99% - неудовлетворительно; 60-74,99% - удовлетворительно; 75- 84,99% -хорошо; 85-100% - отлично.
			Собеседование (задания для практических работ) и домашнего задания	37 – 39, 68 -73, 86	Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Кейс - задание	40 – 45, 74 - 81	Проверка преподавателем (уровневая шкала)

3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации (типовые контрольные задания (включая тесты) и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины)

Для оценки знаний, умений, навыков студентов по дисциплине применяется балльно-рейтинговая система оценки сформированности компетенций студента.
Балльно-рейтинговая система оценки осуществляется в течение всего семестра при проведении аудиторных занятий и контроля самостоятельной работы. Показателями ОМ являются: текущий опрос в виде собеседования на практических занятиях, тестовые задания и самостоятельная работа обучающихся. Оценки выставляются в соответствии с графиком контроля текущей успеваемости студентов в автоматизированную систему баз данных (АСУБД) «Рейтинг студентов».

3.1 Банк тестовых заданий

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам
ОК 02 Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности
ОК 04 Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.

№ задания	Тестовое задание
	Выбрать один ответ
1.	Пароль состоит из 4 букв: ь, н, к, л. Каждая буква встречается ровно один раз. Тогда максимальное количество возможных паролей равно…

а)12 ; б) 24;+ в) 26 г) 35.

2. В урне 5 белых, 3 черных, 4 красных шаров. Вероятность того, что из урны вынут белый или черный шар равна

а) 1/4; б) 15/8; в) 2/3.+ г) 3/4.

3. В группе 7 юношей и 5 девушек. На конференцию выбирают трех студентов случайным образом (без возвращения). Определить вероятность того, что на конференцию поедут двое юношей и одна девушка.

а) 11/28; б) 21/44;+ в) 21/110 г) 3/4.

4. В урне 6 белых и 4 черных шаров. Из урны вынимают два шара. Вероятность того, что оба шара черные, равна

а) 2/5; б) 2/15;+ в) 1/4; г) 3/4.

5. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель для первого и второго стрелков равна 0,6 и 0,9 соответственно. Тогда вероятность того, что цель будет поражена, равна:

а) 0,54; б) 0,96;+ в) 0,996; г)0,625

6. Закон распределения СВ *X* задан в виде таблицы

x_i	1	2	3	4	5
$p_i = P\{X=x_i\}$	0,1	0,4	0,2	0,1	0,2

Чему равно математическое ожидание СВ *X*?

а) 2,9;+ б) 3,5; в) 4 г) 0,6.

7. Пусть *X* - случайная величина с функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0,2, & 0 \le x < 2 \\ 0,4, & 2 \le x < 4 \\ 0,9, & 4 \le x < 6 \\ 1, & x \ge 6 \end{cases}.$$

Чему равна мода случайной величины *X*?

а) 2; б) 4;+ в) 6 г) 5.

8. Дан закон распределения дискретной случайной величины *X*

x_i	1	2	3	4	5
$p_i = P\{X=x_i\}$	0,14	0,28	0,17	0,32	p_5

Чему равно значение вероятности *p*5?

а) 0,1; б) 0; в) 0,09;+ г)0,625

9. СВ *X* задана таблично

x_i	2	3	4
$p_i = P\{X=x_i\}$	0,2	0,5	0,3

Чему равно математическое ожидание величины *M* [*X*2 + 1]?

а) 11,1;+ б) 21; в) 22,1; г)12,6.

10. Чему равна вероятность отказа устройства, состоящего из трех независимо работающих элементов с соответствующими вероятностями отказа элементов 0,1; 0,2; 0,05, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент?

а) 0,316;+ б) 0,35; в) 0,001; г) 0,06.

11. Каково наивероятнейшее число годных деталей среди 15 проверенных отделом технического контроля, если вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,7?

а) 9; б) 10;. в) 11+ г) 6.

12. В магазин поступило 30% телевизоров фирмы L, остальное – фирмы N. В продукции фирмы L брак составляет 20% телевизоров; фирмы N – 15 %. Вероятность наудачу выбрать исправный телевизор составляет:

а) 0,835; + б) 0,65; в) 0,105; г) 0,06.

13. Чему равна оценка математического ожидания выборочной случайной величины 1, 3, 1, 2, 2, 4, 1 ?

а) 3; б) 2,3; в) 2 + г) 6.

14. Какова несмещенная оценка дисперсии, если рассчитанная по выборке объемом 15 наблюдений выборочная дисперсия равна 28?

а) 25; б) 29; в) 30+ г) 6.

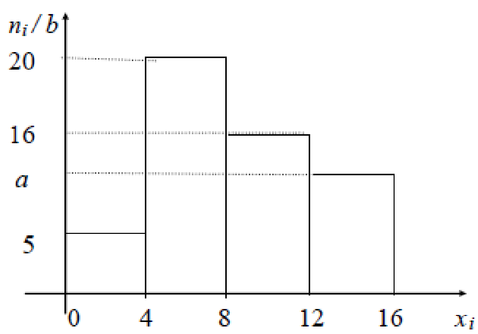
15. Закон распределения СВ *X* задан в виде таблицы

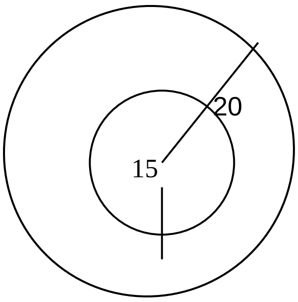
x_i	1	3	5
$p_i = P\{X=x_i\}$	0,3	0,5	0,2

Чему равна дисперсия СВ *X*?

а) 2,8; б) 1,96;+ в) 1,51; г) 2,31.

16. По выборке *n* = 200 построена гистограмма частот



	Чему равен параметр *а*? а) 9;+ б) 10; в) 11; г) 6.
	Задачи
17.	**задача.** Найти количество перестановок в слове «ТВМС» Способы перестановки букв различаются только порядком, рассчитаем число перестановок. По условию задачи n = 4. Тогда: P_n = 4! = 24 **Ответ.** Число перестановок равно 24.
18.	**задача**. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг из пяти различных по цвету отрезков материи? Порядок важен, так как перестановка материи внутри трехцветного флага обозначает разные страны. Поэтому выбираем формулу числа размещений без повторений, где множество отрезков материи n = 5, а подмножество цветов m=3: $A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60.$
19.	**задача** В урне находятся 12 белых и 8 чёрных шаров. Какова вероятность того, что вынутый наудачу шар будет белым? Пусть А – событие, состоящее в том, что шар белый. *n* =12+8=20 – число равновозможных случаев. Число случаев, благоприятствующих этому событию А, равно 12, т.е. *m*=12. $P(A) = \frac{12}{20} = 0{,}6$
20.	**задача.** В круг радиуса R=20 см вписан круг радиуса r=15 см. Найти вероятность того, что точка, брошенная в первый круг, попадет во второй?  $S_{круг}= ПR^2$ S=$\pi \cdot 20^2 = \pi \cdot 400$ s=$\pi \cdot 15^2 = \pi \cdot 225$ геометрическая вероятность: P(A) = s / *S* P(A) = $\frac{\pi \cdot 225}{\pi \cdot 400} \approx 0{,}56$
21.	**задача.** Производится два выстрела по цели. Пусть событие А – попадание в цель при первом выстреле и В – при втором, тогда $\bar{A}$ и $\bar{B}$ - промах соответственно при первом и втором выстрелах. Обозначим поражение цели событием С и примем, что для этого достаточно хотя бы одного попадания. Требуется выразить С через А и В. Цель будет поражена в следующих случаях: попадание при первом и промах при втором; промах при первом и попадание при втором; попадание при первом и

втором выстрелах. Перечисленные варианты можно соответственно записать: А$\bar{B}$, $\bar{A}$В и АВ. Интересующее нас событие заключается в наступлении или первого, или второго, или третьего вариантов (хотя бы одного), то есть

С= А$\bar{B}$ + $\bar{A}$В+АВ.

С другой стороны, событие $\overline{C}$, противоположное С, есть промах при двух выстрелах, то есть $\overline{C} = \overline{A}\overline{B}$, отсюда искомое событие С можно записать в виде С= $\overline{\overline{A} * \overline{B}}$.

22.

задача.

Для дискретной случайной величины X:

X	3	5	7	9
p	p_1	p_2	p_3	p_4

функция распределения вероятностей имеет вид

$$F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x \le 3, \\ p \text{ при } 3 < x \le 5, \\ 0{,}47 \text{ при } 5 < x \le 7, \\ 0{,}64 \text{ при } 7 < x \le 9, \\ 1 \text{ при } x > 9. \end{cases}$$

Найти значение параметра р

Условиям удовлетворяет, например, значение р = 0,28

23.

задача.

Дискретная случайная величина X **задана законом распределения вероятностей:**

X	22	24	26	28	30
P	0,10	0,15	0,30	0,25	0,20

Найти вероятность $P(24 \le X < 30)$.

Рассчитаем:

$$P(24 \le X < 30) = P(X = 24) + P(X = 26) + P(X = 28) =$$
$$= 0{,}15 + 0{,}30 + 0{,}25 = 0{,}70.$$

Т.е вероятность $P(24 \le X < 30)$ равна 0,7

24.

задача. Из 30 экзаменационных билетов студент подготовил только 25. Если он отказывается отвечать по первому взятому билету (которого он не знает), то ему разрешается взять второй. Определить вероятность того, что второй билет окажется счастливым.

Пусть событие А заключается в том, что первый вытащенный билет оказался для студента «плохим», а В – второй – «хорошим». Поскольку после наступления события А один из «плохих» уже извлечён, то остаётся всего 29 билетов, из которых 25 студент знает. Отсюда искомая вероятность равна Р(В/А)=25/29.

25.

задача. По условиям предыдущего примера найти вероятность успешной сдачи экзамена, если для этого студент должен ответить на первый билет, или, не ответив на первый, обязательно ответить на второй.

События А и В состоят в том, что соответственно первый и второй билеты «хорошие». Тогда $\overline{A}$ - появление «плохого» билета в первый раз. Экзамен будет сдан, если произойдёт событие А, или одновременно $\overline{A}$ и В. То есть искомое событие С – успешная сдача экзамена выражается следующим образом: С=А+$\overline{A}$В. Отсюда

	$p(C)=p(A+\overline{A}B)=p(A)+p(\overline{A}B)=p(A)+p(\overline{A})p(B/\overline{A})=25/30+5/30*25/29=0{,}977$ или $p(C)=1-p(\overline{C})=1-p(\overline{A}*\overline{B})=1-p(\overline{A})*p(\overline{A}/\overline{B})=1-5/30*4/29=0{,}977$ Случайные события A и B называются независимыми, если p(AB)=p(A)*p(B).
26.	**задача.** Литьё в болванках поступает из 2-х цехов: 70% из первого и 30% из второго. При этом продукция первого цеха имеет 10% брака, а второго 20%. Найти вероятность того, что одна взятая наугад болванка имеет дефект. *$p(H_1) = 0{,}7$; $p(H_2) = 0{,}3$; $p(A\|H_1) = 0{,}1$; $p(A\|H_2) = 0{,}2$; $P = 0{,}7*0{,}1+0{,}3*0{,}2 = 0{,}13$ (13% болванок в цехе дефектны).*
27.	**задача.** В урне лежит N шаров, из которых n белых. Достаём из неё (без возвращения) два шара. Какова вероятность, что второй шар белый? H_1 – первый шар белый; $p(H_1) = n/N$; H_2 – первый шар чёрный; $p(H_2) = (N-n)/N$; A – второй шар чёрный; $p(A\|H_1) = (n-1)/(N-1)$; $p(A\|H_2) = n/(N-1)$ $P(A)=p(H_1)*p(A\|H_1)+p(H_2)*p(A\|H_2)=\frac{n}{N}*\frac{n-1}{N-1}+\frac{N-n}{N}*\frac{n}{N-1}=\frac{n}{N}$
28.	**задача.** 30% пациентов, поступивших в больницу, принадлежат первой социальной группе, 20% - второй и 50% - третьей. Вероятность заболевания туберкулёзом для представителя каждой социальной группы соответственно равна 0,02, 0,03 и 0,01. Проведённые анализы для случайно выбранного пациента показали наличие туберкулёза. Найти вероятность того, что это представитель третьей группы. Пусть H_1, H_2, H_3 – гипотезы, заключающиеся в том, что пациент принадлежит соответственно первой, второй и третьей группам. Очевидно, что они образуют полную группу событий, причём $p(H_1) = 0{,}3$; $p(H_2)=0{,}2$; $p(H_3) = 0{,}5$. По условию событие А, обнаружение туберкулёза у больного, произошло, причём условные вероятности по данным условия равны $p(A/H_1) = 0{,}02$; $p(A/H_2) = 0{,}03$; и $p(A/H_3) = 0{,}01$. Апостериорную вероятность $p(H_3/A)$ вычисляем по формуле Байеса: $p(H_3 \| A)=\frac{p(H_3)*p(A\|H_3)}{\sum_{i=1}^{3}p(H_i)*p(A\|H_i)}=\frac{0{,}5*0{,}01}{0{,}3*0{,}02+0{,}2*0{,}03+0{,}5*0{,}01}=\frac{5}{17}$
29.	**задача.** Абитуриент сдаёт два вступительных экзамена: по математике и физике. Составить закон распределения случайной величины x, числа полученных пятёрок, если вероятность получения пятёрки по математике равна 0,8, а по физике – 0,6. Обозначим A_1 и A_2 – события, заключающиеся в том, что и математика, и физика сданы на 5. Очевидно, возможные значения x есть 0, 1, 2, причём $p(x=0)=p(\overline{A_1}*\overline{A_2})=p(\overline{A_1})*p(\overline{A_2})=0.2*0.4=0.08;$ $p(x=1)=p(A_1*\overline{A_2}+\overline{A_1}*A_2)=0.8*0.4+0.2*0.6=0.44;$ $p(x=2)=p(A_1*A_2)=p(A_1)*p(A_2)=0.8*0.6=0.48$ Полученные результаты сведём в таблицу: x_i: 0 | 1 | 2 p_i: 0.08 | 0.44 | 0.48 $\sum_{i=1}^{n}p_i=0{,}08+0{,}44+0{,}48=1$.

30. **задача.** Закон распределения случайной величины задан таблично. Найти p(x<2), p(x>4), p(2≤x≤4), математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Решение. p(x<2)=0,1;
p(x>4)=0,1;
p(2≤x≤4)=0,2+0,4+0,2=0,8;
M(x)=1*0,1+2*0,2+3*0,4+4*0,2+5*0,1=3;
D(x)=1^2*0,1+2^2*0,2+3^2*0,4+4^2*0,2+5^2*0,1-3^2=1,2
σ(x)= $\sqrt{1,2}$ =1,095

31. **задача.** Фермер считает, что, принимая во внимание различные потери и колебания цен, он сможет выручить не более 60 центов за десяток яиц и потерять не более 20-ти центов за десяток и что вероятности возможных выигрышей и потерь таковы:

цена за 10 яиц	0,6	0,4	0,2	0	-0,2
P	0,2	0,5	0,2	0,06	0,04

Как оценить ожидаемую прибыль от продажи десятка яиц; от *ожидаемых им в этом году 100000 яиц?*

Пусть x – случайная, прибыль от продажи 10 яиц.
M(x)=0,6*0,2+0,4*0,5+0,2*0,2+0*0,06-0,2*0,04=0,352
M(10000x)=10000*0,352=3520 $
D(x)=0.6^2*0.2+0.4^2*0.5+0.2^2*0.2+0^2*0.06+$(-0.2)^2$*0.04-0.352^2=0.037696
σ(x)= $\sqrt{0,037696}$=0.194154578
D(10000x)=10000^2* D(x)=19415457.76
σ(x)=$\sqrt{0,194154578}$=0.441

32. **задача.** Задана следующая функция распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, x<0\\ x^2, 0\le x\le 1\\ 1, x>1\end{cases}$$

Найти плотность распределения.

Равномерное распределение. Случайная величина x называется равномерно распределённой на [a, b], если её плотность распределения f(x) на [a, b] постоянна, а вне [a, b] равна 0:

$$f(x)=\begin{cases}0, x\notin[a,b]\\ \dfrac{1}{b-a}, x\in[a,b]\end{cases},$$

Зная F(x), можно найти плотность вероятности по формуле:

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases}2x, 0\le x\le 1\\ 0, x\notin[0,1]\end{cases}$$

33. **задача.** Время ожидания автобуса (x) измеряется в минутах и распределено равномерно на отрезке [0, 30]. Определить вероятность того, что ждать придётся не более 10 минут.

$$a = 0, b = 30$$

$$f(x) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{30-0} = \frac{1}{30}$$

$$P(x < 10) = \int_0^{10} \frac{1}{30} dx = \frac{1}{30} x \Big|_0^{10} = \frac{1}{30}(10-0) = \frac{1}{3}$$

34. **Задача.** Рост мужчины в Москве имеет нормальное распределение. Средний рост мужчины в Москве a=175 см, σ=10 см. Какова вероятность, что рост первого встречного мужчины будет в пределах 160-190 см?

$$P(160 < x < 190) = \Phi(\frac{\beta - a}{\sigma}) - \Phi(\frac{\alpha - a}{\sigma}) = \Phi(\frac{200-175}{10}) - \Phi(\frac{160-175}{10}) = \Phi(2{,}5) - \Phi(-1{,}5) =$$

$$= 0{,}9938 - 0{,}0668 = 0{,}927$$

35. **Задача.** Рост мужчины в Москве имеет нормальное распределение. Средний рост мужчины в Москве a=175 см, σ=10 см. Какова вероятность, что рост первого встречного мужчины будет в пределах 145-205 см?

Правило трёх сигм. Случайная величина x распределена нормально N(a, σ).

$$P(/x - a/ < 3\sigma) = P(a - 3\sigma < x < a + 3\sigma) = \Phi(\frac{a - a + 3\sigma}{\sigma}) - \Phi(\frac{a - a - 3\sigma}{\sigma}) = \Phi(3) - \Phi(-3) =$$

$$= 0{,}9986 - 0{,}0014 = 0{,}9972$$

$$P(145 < x < 205) = 0{,}9972$$

36. **Задача.** Время ожидания автобуса (x) измеряется в минутах и распределено равномерно на отрезке [0, 30]. Определить среднее время ожидания автобуса и дисперсию.

Равномерное распределение.

$$Mx = \frac{b+a}{2}$$

$$Dx = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$$a = 0, b = 30$$

$$M(x) = \frac{b+a}{2} = \frac{30+0}{2} = 15$$

$$D(x) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{900}{12} = 75$$

37. **Задача.** Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n = 75:

x_1	10	13	16	19	22	25
n_1	3	n_2	16	25	14	2

Тогда значение n_2 равно ...

Решение:

Объем выборки вычисляется по формуле $n = \sum_{i=1}^{k} n_i$ где n, частота варианты x_i. Тогда $n_2 = 75 — 3 — 16 — 25 — 14 — 2 = 15$.

38. **задача.**

Статистическое распределение выборки имеет вид

x_i	10	12	14	16	18	20
w_i	w_1	0,08	0,13	0,18	0,23	0,28

Найти значение относительной частоты w_1.

Сумма относительных частот равна единице. Поэтому
$w_1 = 1 - 0{,}08 - 0{,}13 - 0{,}18 - 0{,}23 - 0{,}28 = 0{,}10.$

39. **задача.** Найти размах варьирования вариационного ряда -3; -1; 1; 1; 1; 2; 2; 4; 5; 6; 7; 7.

Размах варьирования вариационного ряда определяется как $R = x_{\max} - x_{\min}$, то есть
$R = 7 - (-3) = 10.$

Кейс – задачи

40

Кейс 1 задача 1 Известен химический состав некоторых овощей:

N	Овощи	вода, %	сахар, %	витамин С, %
1	Огурцы	95	2,5	10
2	Кабачки	82	5	15
3	Патиссоны	76	5	23
4	Томаты	93	4	25
5	Дыни	85	14	20
6	Арбузы	96	11	0
7	Картофель	75	0	20
8	Свекла	72	12	10
9	Морковь	78	11	12
10	Капуста	83	5	50

Вероятность того, что в овоще, выбранном случайным образом, вода составляет более 80% равна…

а) 1 б) 0,5 **в) 0,6 +** г) 0,2

Вероятностью Р(А) события А называется отношения числа благоприятных для А исходов к числу всех равновозможных исходов. По условию задачи число благоприятных исходов равно 6 (количество овощей, у которых вода составляет более 80%). Число всех равновозможных исходов равно 10 (всего овощей в таблице), тогда
Р(А) = 6/10 = 0,6

41

Кейс 1 задача 2 Известен химический состав некоторых овощей:

N	Овощи	вода, %	сахар, %	витамин С, %
1	Огурцы	95	2,5	10
2	Кабачки	82	5	15
3	Патиссоны	76	5	23
4	Томаты	93	4	25
5	Дыни	85	14	20
6	Арбузы	96	11	0
7	Картофель	75	0	20
8	Свекла	72	12	10
9	Морковь	78	11	12
10	Капуста	83	5	50

Размах вариации по количеству сахара в данных овощах равен…

а) 12 б) 5 **в) 14 +** г) 20

По определению размах вариации $R = x_{max} - x_{min}$, где x_{max} - наибольший, а x_{min} - наименьший вариант ряда. Наибольшее количество сахара равно 14, наименьшее – 0. Тогда размах вариации 14 – 0 = 14

42

Кейс 1 задача 3 Известен химический состав некоторых овощей:

N	Овощи	вода, %	сахар, %	витамин С, %
1	Огурцы	95	2,5	10
2	Кабачки	82	5	15
3	Патиссоны	76	5	23
4	Томаты	93	4	25
5	Дыни	85	14	20
6	Арбузы	96	11	0
7	Картофель	75	0	20
8	Свекла	72	12	10
9	Морковь	78	11	12
10	Капуста	83	5	50

Рассчитаем выборочную среднюю арифметическую содержания витамина С в овощах:

$$X\ ср = \frac{15+10+10+20+20+25+50+12+23+0}{10} = \frac{185}{10} = 18{,}5$$

43

Кейс 2 задача 1. В таблице приведены результаты троеборья некоторых студентов группы:

N	ФИО	подтягивание	отжимание	прыжок в длину с места, см
1	Абакиров	14	35	110
2	Байков	4	15	95
3	Грибов	7	20	98
4	Дружинин	24	40	120
5	Жданов	17	35	113
6	Куклин	0	10	89
7	Леонтьев	10	25	97
8	Петров	2	14	88
9	Ренатов	12	23	105

Вероятность того, что выбранный случайным образом студент прыгнет с места дальше одного метра, равна…

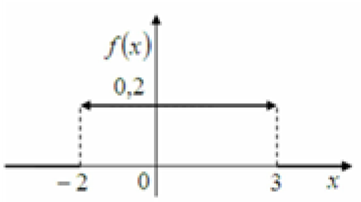
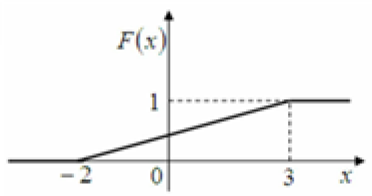
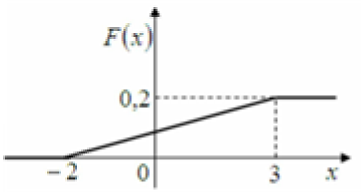
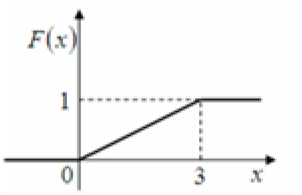
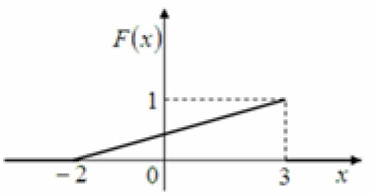
а) 1 б) 0,5 **в)** $\frac{4}{9}$. **+** г) 0,2

Вероятностью Р(А) события А называется отношения числа благоприятных для А исходов к числу всех равновозможных исходов. По условию задачи число благоприятных исходов равно 4 (количество студентов, прыгнувших более чем на 100см). Число всех равновозможных исходов равно 9 (всего студентов в таблице),

	тогда $P(A)=\frac{4}{9}$.
44	**Кейс 2 задача 2.** В таблице приведены результаты троеборья некоторых студентов группы: N | ФИО | подтягивание | отжимание | прыжок в длину с места, см 1 | Абакиров | 14 | 35 | 110 2 | Байков | 4 | 15 | 95 3 | Грибов | 7 | 20 | 98 4 | Дружинин | 24 | 40 | 120 5 | Жданов | 17 | 35 | 113 6 | Куклин | 0 | 10 | 89 7 | Леонтьев | 10 | 25 | 97 8 | Петров | 2 | 14 | 88 9 | Ренатов | 12 | 23 | 105 Выборочное среднее результатов подтягивания равно… $\frac{14+4+7+24+17+0+10+2+12}{9}=\frac{90}{9}=10.$
45	**Кейс 2 задача 3** В таблице приведены результаты троеборья некоторых студентов группы: N | ФИО | подтягивание | отжимание | прыжок в длину с места, см 1 | Абакиров | 14 | 35 | 110 2 | Байков | 4 | 15 | 95 3 | Грибов | 7 | 20 | 98 4 | Дружинин | 24 | 40 | 120 5 | Жданов | 17 | 35 | 113 6 | Куклин | 0 | 10 | 89 7 | Леонтьев | 10 | 25 | 97 8 | Петров | 2 | 14 | 88 9 | Ренатов | 12 | 23 | 105 Размах вариации по отжиманию среди студентов равен… а) 12 б) 50 **в) 30 +** г) 20 По определению размах вариации $R = x_{max} - x_{min}$, где x_{max} - наибольший, а x_{min} - наименьший вариант ряда. Наибольшее количество отжиманий равно 40, наименьшее – 10. Тогда размах вариации 40 – 10 = 30

ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.
ОК 09 Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности
ОК 10 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.
ОК 11 Использовать знания по финансовой грамотности, планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере

	Тестовое задание
46	Сколько различных двузначных чисел можно составить из пяти цифр 1, 2, 3, 4, 5, если все цифры в числе разные? а) 25; б) 60; в) 20.+ г) 34.
47	Пароль состоит из 4 букв: м. н. к. л. Каждая буква встречается ровно один раз. Каково максимальное количество возможных паролей? а) 25; б) 60; в) 24.+ г) 34.
48	Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых нет цифр 5 и 6? а) 296; б) 448;+ в) 1024. г)625
49	В электрическую цепь параллельно включены два элемента, работающие независимо друг от друга Вероятности отказов элементов равны соответственно 0,05 и 0,20. Чему равна вероятность того, что тока в цепи не будет? а)0,9; б) 0,2;. в) 0,01+ г)0, 34.
50	Пусть *X* - случайная величина с функцией распределения: $F(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ \frac{x}{6}, & 1\le x<2\\ \frac{x}{8}+\frac{1}{2}, & 2\le x<3\ .\\ 1, & x\ge 3\end{cases}$ Чему равна вероятность *P*{ *X* ≥ 1/2 }? а) 11/12;+ б) 1/12; в) 5/6; г) 1/5. Из коробки в которой находятся 6 белых, 8 черных и 4 красных шара, вынимают случайным образом один шар. Вероятность того, что этот шар не будет черным, равна: а)0,3; б) 0,23; в) 5/9 + г) 6/7.
51	Дискретная СВ *X* задана законом распределения вероятностей: *X* | −3 | 1 | 4 *p* | 0,2 | 0,2 | 0,6 Чему равно математическое ожидание СВ *X*? а) 2,9;+ б) 3,5; в) 2,0 г) 0,6.
52	Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 7. Тогда его интервальная оценка может быть: а) (6,7; 10,7); б) (7; 8,2); в) (5,7; 8,3) + г) (6,5; 7,2).
53	Выборочное уравнение прямой линии регрессии *Y* на *X* имеет вид $y=-4{,}8+1{,}2x$. Тогда выборочный коэффициент корреляции может быть равен … 1)- 1,3; б)1,2; **в) 0,82 +** г) 0,16.

54	Среднее число заявок, поступающих на предприятие бытового обслуживания за 1 час равно пяти. Тогда вероятность того, что за два часа поступит восемь заявок, можно вычислить как … $\frac{10^8}{8!}e^{-10}$ 1 + $\frac{5^8}{8!}e^{-5}$ 2 $\frac{8^{10}}{10!}e^{-8}$ 3 $\frac{e^{-10}}{8!}$ 4
55	Дан график плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины *X*:  Тогда график ее функции распределения вероятностей имеет вид …  1 +  2  3  4

56	Медиана вариационного ряда 5, 7, 9, 12, 12, 15, 16, 17,18, 19, 21 равна: а) 13; б)1 2; **в) 15 +** г) 16.
57	Мода вариационного ряда 2, 4, 5, 7, 7, 7, 9, 9, 11, 12, 15 равна: а) 13; б)1 2; **в) 7 +** г) 16.
58	Из генеральной совокупности X извлечена выборка объема п = 100: x_i: 2, 4, 6, 8 n_i: 20, 34, 15, 31 Тогда ее эмпирическая функция распределения вероятностей имеет вид: + 1 $F^*(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 2,\\ 0{,}20 \text{ при } 2<x\le 4,\\ 0{,}54 \text{ при } 4<x\le 6,\\ 0{,}69 \text{ при } 6<x\le 8,\\ 1 \text{ при } x>8\end{cases}$ 2 $F^*(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 2,\\ 0{,}20 \text{ при } 2<x\le 4,\\ 0{,}54 \text{ при } 4<x\le 6,\\ 0{,}69 \text{ при } 6<x\le 8,\\ 0 \text{ при } x>8\end{cases}$ 3 $F^*(x)=\begin{cases}1 \text{ при } x\le 2,\\ 0{,}69 \text{ при } 2<x\le 4,\\ 0{,}54 \text{ при } 4<x\le 6,\\ 0{,}20 \text{ при } 6<x\le 8,\\ 0 \text{ при } x>8\end{cases}$ 4 $F^*(x)=\begin{cases}0{,}20 \text{ при } x\le 2,\\ 0{,}34 \text{ при } 2<x\le 4,\\ 0{,}15 \text{ при } 4<x\le 6,\\ 0{,}31 \text{ при } 6<x\le 8,\\ 1 \text{ при } x>8\end{cases}$
	Задачи
59	**задача.** Сколько различных двузначных чисел можно составить из пяти цифр 1, 2, 3, 4, 5, если все цифры в числе разные? Число размещений из *n* элементов по *m* в каждом рассчитывается по формуле: $\mathbf{A_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!}}$. В нашей задаче n = 5, m = 2. Тогда число размещений равно 20. **Ответ.** Число двузначных чисел равно 20

60	**задача.** Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры. Какова вероятность того, что он с первого раза наберёт эти цифры правильно, если он помнит, что они различны? Обозначим А – событие, состоящее в том, что абонент, набрав произвольно две цифры, угадал их правильно. М – число правильных вариантов, очевидно, что М=1; N – число различных цифр, $N = A_{10}^{2} = \frac{10!}{8!} = \frac{8!*9*10}{8!} = 9*10 = 90$. Таким образом, P(A)=M/N=1/90.
61	**задача.** Восемь студентов обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий? В рукопожатии участвует «подмножество», состоящее из двух студентов (m=2), тогда как всё множество» студентов составляет 8 человек (n=8). Так как в процессе рукопожатия порядок не важен, выбираем формулу для числа сочетаний: $C_8^2 = \frac{8!}{2!6!} = \frac{7\cdot 8}{1\cdot 2} = 28.$
62	**задача.** Из озера выловили 86 рыб, которых пометили и отпустили обратно в озеро. Через неделю произвели повторный отлов — на этот раз поймали 78 рыб, среди которых оказалось 6 помеченных. Сколько приблизительно рыб живет в озере? Решить задачу алгебраическими методами невозможно, однако методами теории вероятностей это сделать достаточно несложно. В самом деле: обозначим неизвестную нам численность рыб в озере через N. Всего помеченных рыб после первого отлова в озере стало 86. Тогда вероятность события А = {выловленная во второй раз рыба оказалась помеченной}, можно вычислить по формуле классической вероятности: $P(A) = \frac{86}{N}$. С другой стороны, относительная частота события А равна: W(A) = $\frac{6}{78}$. Так как $P(A) \approx W(A)$, имеем приближенное равенство: $\frac{86}{N} \approx \frac{6}{78}$. Отсюда имеем: $N \approx \frac{86\cdot 78}{6} = 1118$. Таким образом, основываясь на результатах проведенных испытаний, мы получили, что в озере приблизительно живет 1118 рыб. Сравнивая вероятности всех возможных исходов испытания, можно предсказать, каким из них эксперимент закончится скорее всего. Обратите внимание, что мы говорим «скорее всего», а не «наверняка» — ведь любой статистический прогноз может оказаться ошибочным.
63	**задача.** Датчик случайных чисел генерирует двузначное случайное число. Какова вероятность того, что сгенерированное число делится на 5? Так как всего 90 двузначных чисел (от 10 до 99), то общее число исходов n=90. Число исходов, благоприятствующих нашему событию, равно k =17. Поэтому по формуле вычисления вероятности получаем P = 17/90= 0,189.

64	**Задача** Дискретная случайная величина *X* задана законом распределения вероятностей: $\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline X & -3 & 1 & 4 \\ \hline p & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}6 \\ \hline \end{array}$ Найти ее математическое ожидание Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле $M(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$. Тогда $M(X)=-3\cdot 0{,}2+1\cdot 0{,}2+4\cdot 0{,}6=2{,}0.$
65	**Задача** Дан закон распределения дискретной случайной величины *X:* $\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline p & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \\ \hline \end{array}$ Функция распределения вероятностей имеет вид: $F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x \le 2, \\ 0{,}2 \text{ при } 2 < x \le 3, \\ 0{,}55 \text{ при } 3 < x \le 4, \\ p \text{ при } 4 < x \le 5, \\ 1 \text{ при } x > 5. \end{cases}$ Чему равно значение параметра *p*? а) 1; б) 0,25; в) 0,655;+ г) 0,625
66	**Задача.** В каждой из двух урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны во вторую наудачу переложен один шар. Найти вероятность того, что *шар, извлеченный из второй урны после перекладывания, окажется черным*? Определим события: А - “шар, извлеченный из второй урны - черный”. Оно может произойти только вместе с одной из гипотез: H_1 - “из 1-й урны во 2-ю урну переложили черный шар” и H_2 - “из 1-й урны во 2-ю урну переложили белый шар”. Используя классическое определение вероятностей, определим вероятности гипотез: $P(H_1) = 6/10$; $P(H_2) = 4/10$. и условные вероятности события А. После перекладывания во второй урне окажется 11 шаров. Если из первой урны во вторую переложили черный шар, то во второй урне окажется 7 черных и 4 белых шаров. Тогда $P(A/H_1) = 7/11$. Если из первой урны во вторую переложили белый шар, то во второй урне окажется 6 черных и 5 белых шаров. Тогда $P(A/H_2) = 6/11$. Гипотезы образуют полную группу, сумма их вероятностей равна 1. Рассмотрим событие А - это (или H_1A или H_2A). События H_1A и H_2A - несовместные попарно, так как события H_1 и H_2 - несовместны. События H_1 и А, H_2 и А - зависимые. Вышеизложенное позволяет применить для определения вероятности события А и ответа на первый вопрос формулу полной вероятности: $P(A)=P(H_1)\ P(A/H_1) + P(H_2)\ P(A/H_2) = 6/10\ \ 7/11 + 4/10\ \ 6/11 = 0{,}6$. Это же решение можно оформить в рабочей таблице: $\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{Гипотезы } H_i & P(H_i) & P(A/H_i) & P(H_i)\ P(A/H_i) \\ \hline \end{array}$

H_1 - “из 1-й урны во 2-ю урну переложили черный шар”	6/10	7/11	42/110
H_2- “из 1-й урны во 2-ю урну переложили белый шар”	4/10	6/11	24/110
Σ	1,00	-	0,6

Тогда: Вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны после перекладывания, окажется черным составляет 0,6.

67 **Задача.** В каждой из двух урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны во вторую наудачу переложен один шар. Предположим, что шар, извлеченный из второй урны после перекладывания, оказался черным. Какова тогда вероятность того, что из *первой урны во вторую был переложен белый шар*?

Определим события:

А - “шар, извлеченный из второй урны - черный”. Оно может произойти только вместе с одной из гипотез:

H_1 - “из 1-й урны во 2-ю урну переложили черный шар” и

H_2 - “из 1-й урны во 2-ю урну переложили белый шар”.

Используя классическое определение вероятностей, определим вероятности гипотез:

$P(H_1) = 6/10$; $P(H_2) = 4/10$.

и условные вероятности события А.

После перекладывания во второй урне окажется 11 шаров. Если из первой урны во вторую переложили черный шар, то во второй урне окажется 7 черных и 4 белых шаров.

Тогда $P(A/H_1) = 7/11$.

Если из первой урны во вторую переложили белый шар, то во второй урне окажется 6 черных и 5 белых шаров.

Тогда $P(A/H_2) = 6/11$.

Гипотезы образуют полную группу, сумма их вероятностей равна 1. Рассмотрим событие А - это (или H_1A или H_2A). События H_1A и H_2A - несовместные попарно, так как события H_1 и H_2 - несовместны.

События H_1 и А, H_2 и А - зависимые.

Во второй части задачи предполагается, что событие А уже произошло, т.е. шар, извлеченный из второй урны, оказался черным. Требуется найти уточненную (послеопытную, апостериорную) вероятность того, что из первой урны во вторую был переложен белый шар при условии, что шар, извлеченный из второй урны после перекладывания, оказался черным.

$P(H_2/A)$ - ?

Для определения искомой вероятности воспользуемся формулой Байеса (3.2):

$$P(H_2 / A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A / H_2)}{P(A)} = \frac{4/10 \cdot 6/11}{0{,}6} = 0{,}3636$$

Мы можем получить тот же результат при помощи таблицы:

Гипотезы H_i	Априорные вероятности $P(H_i)$	Условные вероятности $P(A/H_i)$	Совместные вероятности $P(A \cap H_i)$	Апостериорные вероятности $P(H_i/A)$
H_1	6/10	7/11	42/110=0,3818	0,3818/0,6 = 0,6364
H_2	4/10	6/11	24/110=0,2182	0,2182/0,6 = 0,3636
Σ	1,00	-	0,6	1

Тогда вероятность того, что из первой урны во вторую был переложен белый шар при условии, что шар, извлеченный из второй урны после перекладывания, оказался черным, составляет 0,3636.

68

задача. При обследовании 50 членов семей рабочих и служащих установлено следующее количество членов семьи: 5; 3; 2; 1; 4; 6; 3; 7; 9; 1; 3; 2; 5; 6; 8; 2; 5; 2; 3; 6; 8; 3; 4; 4; 5; 6; 5; 4; 7; 5; 6; 4; 8; 7; 4; 5; 7; 8; 6; 5; 7; 5; 6; 6; 7; 3; 4; 6; 5; 4. Составьте вариационный ряд распределения частот;

В данной задаче изучаемый признак является дискретно варьирующим, т.к. размер семей не может отличаться друг от друга менее чем на одного человека. Следовательно, необходимо построить дискретный вариационный ряд.

Чтобы построить вариационный ряд, необходимо подсчитать: сколько раз встречаются те или иные значения признака, и упорядочить их в порядке возрастания или убывания.

Значения изучаемого признака - размер семьи - обозначим x_i, частоты - m_i.

Произведем упомянутые расчеты и запишем полученные результаты в таблице:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_i	2	4	6	8	10	9	6	4	1

69

задача. При обследовании 50 членов семей рабочих и служащих установлено следующее количество членов семьи: 5; 3; 2; 1; 4; 6; 3; 7; 9; 1; 3; 2; 5; 6; 8; 2; 5; 2; 3; 6; 8; 3; 4; 4; 5; 6; 5; 4; 7; 5; 6; 4; 8; 7; 4; 5; 7; 8; 6; 5; 7; 5; 6; 6; 7; 3; 4; 6; 5; 4. Постройте полигон распределения частот, кумуляту.

Вариационный ряд представлен в таблице:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_i	2	4	6	8	10	9	6	4	1

Этот ряд можно представить графически с помощью полигона распределения частот или частостей.

Построим полигон распределения частот:

Для того чтобы построить полигон распределения частостей, кумуляту необходимо рассчитать накопленные частоты или частости.

Накопленная частота первого варианта x_1 = 1 равна самой частоте этого варианта, т.е. двум: $v_1 = 2$.

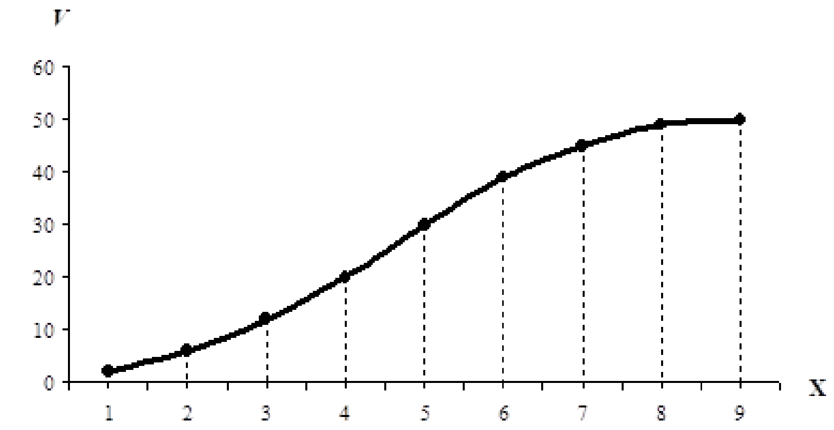
Накопленная частота второго варианта x_2 = 2 равна сумме частот первого и второго вариантов, т.е. $v_2 = 2 + 4 = 6$.

Далее, аналогично:

$v_3 = 12$; $v_4 = 20$; $v_5 = 30$; $v_6 = 39$; $v_7 = 45$; $v_7 = 49$; $v_8 = 50$.

Построим полигон распределения частостей, кумуляту:

Полигон распределения частостей, кумулята



70

задача. При обследовании 50 членов семей рабочих и служащих установлено следующее количество членов семьи: 5; 3; 2; 1; 4; 6; 3; 7; 9; 1; 3; 2; 5; 6; 8; 2; 5; 2; 3; 6; 8; 3; 4; 4; 5; 6; 5; 4; 7; 5; 6; 4; 8; 7; 4; 5; 7; 8; 6; 5; 7; 5; 6; 6; 7; 3; 4; 6; 5; 4. Определите средний размер (среднее число членов) семьи;

Зная вариационный ряд:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_i	2	4	6	8	10	9	6	4	1

Рассчитаем средний размер (среднее число членов) семьи. Так как частоты отличны друг от друга, расчет средней арифметической произведем по формуле для средней арифметической взвешенной: $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot m_i}{\sum_{i=1}^{k} m_i}$

$$\bar{x} = \frac{1\cdot 2 + 2\cdot 4 + 3\cdot 6 + 4\cdot 8 + 5\cdot 10 + 6\cdot 9 + 7\cdot 6 + 8\cdot 4 + 9\cdot 1}{2+4+6+8+10+9+6+4+1} =$$

$$= \frac{2+8+24+32+50+54+42+32+9}{50} = \frac{253}{50} = 5{,}06.$$

Средний размер семьи - 5,06 человека.

71

задача. При обследовании 50 членов семей рабочих и служащих установлено следующее количество членов семьи: 5; 3; 2; 1; 4; 6; 3; 7; 9; 1; 3; 2; 5; 6; 8; 2; 5; 2; 3; 6; 8; 3; 4; 4; 5; 6; 5; 4; 7; 5; 6; 4; 8; 7; 4; 5; 7; 8; 6; 5; 7; 5; 6; 6; 7; 3; 4; 6; 5; 4. Охарактеризуйте колебания размера семьи с помощью показателей вариации (дисперсии, среднего квадратического отклонения, коэффициента вариации).

Зная вариационный ряд:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_i	2	4	6	8	10	9	6	4	1

И то, что частоты - неодинаковы, используем для расчета дисперсии размера семьи формулу для взвешенной дисперсии: $D(X) = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2 \cdot m_i}{\sum_{i=1}^{k} m_i}$.

$$D(X) = \frac{(1-5{,}06)^2 \cdot 2 + (2-5{,}06)^2 \cdot 4 + (3-5{,}06)^2 \cdot 6 + (4-5{,}06)^2 \cdot 8}{2+4+6+8+10+9+6+4+1} +$$

$$+ \frac{(5-5{,}06)^2 \cdot 10 + (6-5{,}06)^2 \cdot 9 + (7-5{,}06)^2 \cdot 6 + (8-5{,}06)^2 \cdot 4}{50} +$$

$$+ \frac{(9-5{,}06)^2 \cdot 1}{50} = 3{,}6964.$$

Дисперсия размера семьи - 3,6964 чел^2.

Найдем среднее квадратическое отклонение размера семьи по формуле (6.13).

$$\sigma(X) = \sqrt{3{,}6964} = 1{,}9226.$$

Среднее квадратическое отклонение размера семьи - 1,9226 чел.

Найдем коэффициент вариации размера семьи, зная формулу для расчета коэффициента вариации: $V(X) = \frac{\sigma(X)}{\bar{x}} \cdot 100\%$

$$V(X) = \frac{1{,}9226}{5{,}06} \cdot 100\% = 38\%.$$

Коэффициент вариации составляет 38%. Так как коэффициент вариации больше 35%, можно сделать вывод о том, что изучаемая совокупность семей является неоднородной, чем и объясняется высокая колеблемость размера семьи в данной совокупности.

Ввиду неоднородности семей, попавших в выборку, использование средней арифметической для характеристики наиболее типичного уровня размера семьи не вполне оправданно - средняя арифметическая нетипична для изучаемой совокупности. В качестве характеристик наиболее типичного уровня размера семьи в данной совокупности лучше использовать моду или медиану.

72

задача.

В таблице приведены сведения о численности городского населения некоторых стран мира:

N	Страна	население, млн чел.	городское население, млн чел.	доля городского населения, %
1	Китай	1284	470	36
2	Индия	1025	280	27
3	США	286	220	77
4	Бразилия	172	125	73
5	Россия	145	106	73
6	Япония	127	90	71
7	Мексика	100	74	74
8	Турция	68	48	71
9	Франция	60	43	72
10	Италия	57	38	67

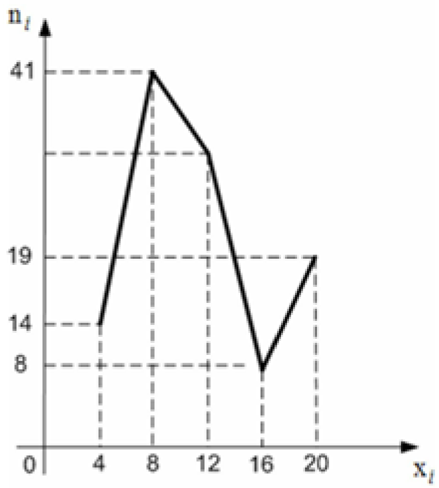
Размах вариации по количеству городского населения равен :

По определению размах вариации $R = x_{max} - x_{min}$, **где** x_{max} – **наибольший, а** x_{min} – **наименьший вариант ряда. Наибольшее количество городского населения равно 470, наименьшее – 38. Тогда размах вариации** $470 - 38 = 432$.

73

задача.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 114$, полигон частот которой имеет вид:



Сколько вариант $x_i = 12$ в выборке?

Объем выборки вычисляется по формуле $n = \sum_{i=1}^{k} n_i$, где n_i - частота варианты x_i.
Тогда $n_3 = 114 - 14 - 41 - 8 - 19 = 32.$

Кейс – задания

74

Кейс – задание 3. Задача 1. Известно, что в определенном городе 20% горожан предпочитают добираться на работу личным автотранспортом. Случайно выбраны 4 человека.

Составьте ряд распределения числа людей в выборке, предпочитающих добираться на работу личным автотранспортом, и постройте его график.

Чтобы построить ряд распределения, необходимо вычислить вероятности того, что случайная величина примет каждое из своих возможных значений и записать полученные результаты в таблицу.

Расчет искомых вероятностей осуществляется по формуле Бернулли.

$$P = (X = m) = P_{n,m} = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \cdot p^m \cdot q^{n-m}$$

Подставим в эту формулу данные задачи:

$$P(X=0) = P_{4,0} = C_4^0 \cdot 0{,}2^0 \cdot 0{,}8^{4-0} = \frac{4!}{0! \cdot (4-0)!} \cdot 0{,}2^0 \cdot 0{,}8^{4-0} =$$

$$= 1 \cdot 0{,}2^0 \cdot 0{,}8^{4-0} = 0{,}4096;$$

$$P(X=1) = P_{4,1} = C_4^1 \cdot 0{,}2^1 \cdot 0{,}8^{4-1} = \frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} \cdot 0{,}2^1 \cdot 0{,}8^{4-1} =$$

$$= 4 \cdot 0{,}2^1 \cdot 0{,}8^{4-1} = 0{,}4096;$$

$$P(X=2) = P_{4,2} = C_4^2 \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^{4-2} = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^{4-2} =$$

$$= 6 \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^{4-2} = 0{,}1536;$$

$$P(X=3) = P_{4,3} = C_4^3 \cdot 0{,}2^3 \cdot 0{,}8^{4-3} = \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} \cdot 0{,}2^3 \cdot 0{,}8^{4-3} =$$

$$= 4 \cdot 0{,}2^3 \cdot 0{,}8^{4-3} = 0{,}0256;$$

$$P(X=4)=P_{4,4}=C_4^4\cdot 0{,}2^4\cdot 0{,}8^{4-4}=\frac{4!}{4!\cdot(4-4)!}\cdot 0{,}2^4\cdot 0{,}8^{4-4}=$$

$$=1\cdot 0{,}2^4\cdot 0{,}8^{4-4}=0{,}0016.$$

Получим ряд распределения числа людей в выборке, предпочитающих добираться на работу личным автотранспортом:

X	0	1	2	3	4
P	0,4096	0,4096	0,1536	0,0256	0,0016

Так как все возможные значения случайной величины образуют полную группу событий, то сумма их вероятностей должна быть равна 1.

Проверка: 0,4096 + 0,4096 + 0,1536 + 0,0256 + 0,0016 = 1.

Вместо ряда распределения дискретная случайная величина может быть задана графически многоугольником (полигоном) распределения (рис. 1).

Рис 1

75 **Кейс – задание 3. Задача 2.** В городе 20% горожан предпочитают добираться на работу личным автотранспортом. Случайно выбраны 4 человека. ряд распределения числа людей в выборке, предпочитающих добираться на работу личным автотранспортом. Известен ряд распределения числа людей в выборке, предпочитающих добираться на работу личным автотранспортом:

X	0	1	2	3	4
P	0,4096	0,4096	0,1536	0,0256	0,0016

Найдите числовые характеристики этого распределения.

Найдем основные числовые характеристики распределения данной случайной величины: математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое (стандартное) отклонение.

Математическое ожидание любой дискретной случайной величины может быть рассчитано по формуле (4.4):

$$M(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i\cdot p_i = 0\cdot 0{,}4096 + 1\cdot 0{,}4096 + 2\cdot 0{,}1536 + 3\cdot 0{,}0256 + 4\cdot 0{,}0016 = =0{,}8$$

(чел.)

Вместе с тем, ввиду того, что в данном случае речь идет о математическом ожидании частоты, для его расчета можно воспользоваться более простой формулой (4.10):

M(X = m) = np = 4 · 0,2 = 0,8 (чел.)

Рассчитаем дисперсию числа человек, предпочитающих добираться на работу личным автотранспортом, среди 4-х отобранных. Дисперсия любой дискретной случайной величины может быть рассчитана по формуле:

$D(X) = \sum_{i=1}^{n} \left[x_i - M(X)\right]^2 \cdot p_i$ = $(0 - 0,8)^2 \cdot 0,4096 + (1 - 0,8)^2 \cdot 0,4096 + (2 - 0,8)^2 \cdot 0,1536 + (3 - 0,8)^2 \cdot 0,0256 + (4 - 0,8)^2 \cdot 0,0016 = 0,64$ (кв.ед).

В данном случае речь идет о дисперсии частоты, а её можно найти по формуле (4.11):

D(X = m) = npq = 4 · 0,2 · 0,8 = 0,64 (кв.ед)

Рассчитаем среднее квадратическое отклонение числа людей в выборке, предпочитающих добираться на работу личным автотранспортом. Среднее квадратическое отклонение рассчитывается по формуле:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0,64} = 0,8$$

76

Кейс – задание 3. Задача 3. В городе 20% горожан предпочитают добираться на работу личным автотранспортом. Случайно выбраны 4 человека. Напишите функцию распределения числа людей в выборке, предпочитающих добираться на работу личным автотранспортом и постройте её график.

Зная ряд распределения числа людей в выборке, предпочитающих добираться на работу личным автотранспортом:

X	0	1	2	3	4
P	0,4096	0,4096	0,1536	0,0256	0,0016

Дискретную случайную величину можно задать функцией распределения:

$$F(X) = P(X < x) = \sum_{\substack{i \\ x_i < x}} P(X = x_i)$$

где для каждого значения x суммируются вероятности тех значений x_i , которые лежат левее точки x.

Зададим функцию распределения дискретной случайной величины применительно к условию данной задачи:

$$F(X = m) = P(X < x) = \sum_{\substack{i \\ x_i < x}} C_4^m \cdot 0,2^m \cdot 0,8^{4-m}.$$

Для построения графика функции распределения вероятностей дискретной случайной величины необходимо рассчитать кумулятивные (накопленные) вероятности, соответствующие значениям случайной величины. Алгоритм их расчета вытекает из смысла функции распределения:

$$F(X_i) = P(X_1) + P(X_2) + \ldots + P(X_{i-2}) + P(X_{i-1})$$

Эта формула справедлива для всех F(Xi), кроме F(X0). Функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина примет значение, меньшее заданного, понятно, что вероятность того, что случайная величина примет значение, не более минимального, равна 0:

$$F(X_0) = 0.$$

Рассчитаем значения F(x):

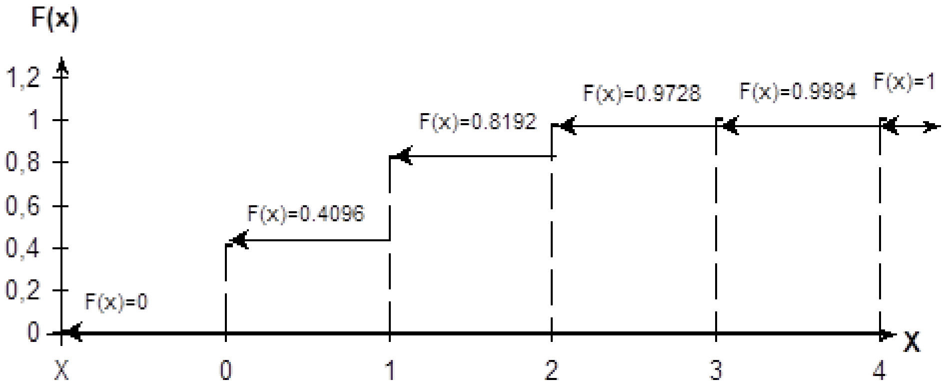
$$F(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad x \le 0 \\ 0{,}4096 \;\; \text{при}\; 0 < x \le 1 \\ 0{,}8192 \;\; \text{при} \;\; 1 < x \le 2 \\ 0{,}9728 \;\; \text{при} \;\; 2 < x \le 3 \\ 0{,}9984 \;\; \text{при} \;\; 3 < x \le 4 \\ 1\,\text{при}\, x > 4 \end{cases}$$

Эти данные можно представить и в виде таблицы:

X	x ≤ 0	0 < x ≤ 1	1 < x ≤ 2	2 < x ≤ 3	3 < x ≤ 4	x > 4
F(x)	0	0.4096	0.8192	0.9728	0.9984	1

График функции распределения вероятностей дискретной случайной величины имеет ступенчатый вид. Скачки равны вероятностям, с которыми случайная величина принимает возможные значения (рис.1).

График функции распределения вероятностей



77 **Кейс – задание 3. Задача 4.** **В** городе 20% горожан предпочитают добираться на работу личным автотранспортом. Случайно выбраны 4 человека. Чему равна вероятность того, что среди 4-х случайно отобранных человек *не будет ни одного, предпочитающего добираться на работу личным автотранспортом*?

Зная значения функции распределения F(x):

$$F(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad x \le 0 \\ 0{,}4096 \;\; \text{при}\; 0 < x \le 1 \\ 0{,}8192 \;\; \text{при} \;\; 1 < x \le 2 \\ 0{,}9728 \;\; \text{при} \;\; 2 < x \le 3 \\ 0{,}9984 \;\; \text{при} \;\; 3 < x \le 4 \\ 1\,\text{при}\, x > 4 \end{cases}$$

И данные таблицы:

X	x ≤ 0	0 < x ≤ 1	1 < x ≤ 2	2 < x ≤ 3	3 < x ≤ 4	x > 4
F(x)	0	0.4096	0.8192	0.9728	0.9984	1

Определим вероятность того, что среди 4-х случайно отобранных человек *не будет ни одного человека, предпочитающего добираться на работу личным автотранспортом.*

P (X = 0) = 0,4096.

	Вероятность того, что среди 4-х случайно отобранных человек *не будет ни одного, предпочитающего добираться на работу личным автотранспортом* составляет 0,4096.
78	**Кейс – задание 3. Задача 5.** В городе 20% горожан предпочитают добираться на работу личным автотранспортом. Случайно выбраны 4 человека. Чему равна вероятность того, что среди 4-х случайно отобранных людей *окажется хотя бы один, предпочитающий добираться на работу личным автотранспортом*? Зная значения функции распределения F(x): $$F(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le 0 \\ 0{,}4096 \text{ при } 0 < x \le 1 \\ 0{,}8192 \text{ при } 1 < x \le 2 \\ 0{,}9728 \text{ при } 2 < x \le 3 \\ 0{,}9984 \text{ при } 3 < x \le 4 \\ 1 \text{ при } x > 4 \end{cases}$$ И данные таблицы: <table><tr><td>X</td><td>x ≤ 0</td><td>0 < x ≤ 1</td><td>1 < x ≤ 2</td><td>2 < x ≤ 3</td><td>3 < x ≤ 4</td><td>x > 4</td></tr><tr><td>F(x)</td><td>0</td><td>0.4096</td><td>0.8192</td><td>0.9728</td><td>0.9984</td><td>1</td></tr></table> Определим вероятность того, что среди 4-х случайно отобранных человек *будет хотя бы один человек, предпочитающий добираться на работу личным автотранспортом.* “Хотя бы один” - “как минимум один” - “один или больше”. Другими словами, “хотя бы один” - это “или один, или два, или три, или четыре”. Исходя из этого, для определения вероятности того, что среди 4-х случайно отобранных человек будет хотя бы один, предпочитающий добираться на работу личным автотранспортом, можно использовать теорему сложения вероятностей несовместных событий: $P(X \ge 1) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$ $P(X \ge 1) = 0{,}4096 + 0{,}1536 + 0{,}0256 + 0{,}0016 = 0{,}5904$. Все возможные значения случайной величины образуют полную группу событий, а сумма их вероятностей равна 1. По отношению к событию ($X \ge 1$) до полной группы событий не хватает события ($X = 0$), которое является противоположным событию ($X \ge 1$). Поэтому искомую вероятность того, среди 4-х случайно отобранных человек будет хотя бы один, предпочитающий добираться на работу личным автотранспортом, проще найти следующим образом: $P(X \ge 1) + P(X < 1) = 1$, откуда $P(X \ge 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}4096 = 0{,}5904$. Вероятность того, что среди 4-х случайно отобранных человек *будет хотя бы один человек, предпочитающий добираться на работу личным автотранспортом,* составляет 0,5904.
79	**Кейс – задание 3. Задача 6.** В городе 20% горожан предпочитают добираться на работу личным автотранспортом. Случайно выбраны 4 человека. Чему равна вероятность того, что среди 4-х случайно отобранных человек *будет не больше двух, предпочитающих добираться на работу личным автотранспортом*? Зная значения функции распределения F(x):

$$F(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 0\\ 0{,}4096 \text{ при } 0<x\le 1\\ 0{,}8192 \text{ при } 1<x\le 2\\ 0{,}9728 \text{ при } 2<x\le 3\\ 0{,}9984 \text{ при } 3<x\le 4\\ 1 \text{ при } x>4\end{cases}$$

И данные таблицы:

X	$x \le 0$	$0 < x \le 1$	$1 < x \le 2$	$2 < x \le 3$	$3 < x \le 4$	$x > 4$
F(x)	0	0.4096	0.8192	0.9728	0.9984	1

Определим вероятность того, что среди 4-х случайно отобранных человек *будет не больше двух, предпочитающих добираться на работу личным автотранспортом.*

“Не больше двух” - “два или меньше”, т.е. “или ноль, или один, или два”.

Используем теорему сложения вероятностей несовместных событий:

$P(X \le 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$

$P(X \le 2) = 0{,}4096 + 0{,}4096 + 0{,}1536 = 0{,}9728.$

Вероятность того, что среди 4-х случайно отобранных человек будет не больше двух, предпочитающих добираться на работу личным автотранспортом, составляет 0,9728.

80

Кейс 4 задача 1:

Компания производит 40000 холодильников в год, которые реализуются в различных регионах России и мира.

Найти вероятность события, состоящего в том, что холодильник произведен на экспорт.

Страны и регионы реализации товара	Количество реализованного товара	Обозначение события	вероятность того, что определенный холодильник будет продан в соответствующем регионе
страны СНГ	10000	Событие А – «Холодильник будет продан в странах СНГ»	Вероятность того, что холодильник будет продан в странах СНГ: P(A) = 10000/40000 =0,25.
Китай	8000	Событие С – «Холодильник будет продан в Китай»,	Вероятность того, что холодильник будет продан в Китай: P(C) = 7000/40000 = 0,175.
Европейская часть России	7000	Событие В – «Холодильник будет продан в Европейской части России»	Вероятность того, что холодильник будет продан в Европейской части России: P(B) = 8000/40000 = 0,20.
Западная Сибирь	6000	Событие D – «Холодильник будет продан в Западной Сибири»,	Вероятность того, что холодильник будет продан в Западной Сибири: P(D) = 6000/40000 = 0,15.

Восточная Сибирь	5000	Событие E – «Холодильник будет продан в Восточной Сибири»,	Вероятность того, что холодильник будет продан в Восточной Сибири: P(E) = 5000/40000 = 0,125.
Дальневосточный район	4000	«Холодильник будет продан в Дальневосточном районе».	Вероятность того, что холодильник будет продан на Дальнем Востоке: P(F) = 4000/40000 = 0,10.

Событие, состоящее в том, что холодильник произведен на экспорт, означает, что холодильник будет продан или в страны СНГ, или в Китай. Так как события A, B, C, D, E, F – несовместные.

Отсюда, по формуле для вероятности суммы двух несовместных событий: P(A + B) = P(A) + P(B) находим его вероятность: P (холодильник произведен на экспорт) = P(A + B) = P(A) + P(B) = 0,25 + 0,175 = 0,425.

81

Кейс 4. задача 2. Компания производит 40000 холодильников в год, которые реализуются в различных регионах России и мира. Найти вероятность события, состоящего в том, что холодильник будет продан в России.

Страны и регионы реализации товара	Количество реализованного товара	Обозначение события	вероятность того, что определенный холодильник будет продан в соответствующем регионе
страны СНГ	10000	Событие A – «Холодильник будет продан в странах СНГ»	Вероятность того, что холодильник будет продан в странах СНГ: P(A) = 10000/40000 =0,25.
Китай	8000	Событие C – «Холодильник будет продан в Китай»,	Вероятность того, что холодильник будет продан в Китай: P(C) = 7000/40000 = 0,175.
Европейская часть России	7000	Событие B – «Холодильник будет продан в Европейской части России»	Вероятность того, что холодильник будет продан в Европейской части России: P(B) = 8000/40000 = 0,20.
Западная Сибирь	6000	Событие D – «Холодильник будет продан в Западной Сибири»,	Вероятность того, что холодильник будет продан в Западной Сибири: P(D) = 6000/40000 = 0,15.

Восточная Сибирь	5000	Событие Е – «Холодильник будет продан в Восточной Сибири»,	Вероятность того, что холодильник будет продан в Восточной Сибири: P(E) = 5000/40000 = 0,125.
Дальневосточный район	4000	«Холодильник будет продан в Дальневосточн ом районе».	Вероятность того, что холодильник будет продан на Дальнем Востоке: P(F) = 4000/40000 = 0,10.

Событие, состоящее в том, что холодильник будет продан в России, означает, что холодильник будет продан или в Европейской части России, или в Западной Сибири, или в Восточной Сибири, или на Дальнем Востоке. Так как события A, B, C, D, E, F – несовместные.

Отсюда, по формуле P (A + D + E + F) = P(B) + P(D) + P(E) + P(F) находим его вероятность:

P (холодильник будет продан в России) = P (A + D + E + F) = P(B) + P(D) + P(E) + P(F) = 0,20 + 0,15 + 0,125 + 0,10 = 0,575.

Этот же результат можно было получить, рассуждая по - другому. События «Холодильник произведен на экспорт» и «Холодильник будет продан в России» – два взаимно противоположных события, отсюда по формуле $P(A)+P(\bar{A})=1$:

P (холодильник будет продан в России) = 1 - P(холодильник произведен на экспорт) =
= 1 – 0,425 = 0,575.

Критерии и шкалы оценки теста:
Процентная шкала 0-100 %; отметка в системе
«неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично»
85-100% - **отлично**;
75- 84,99% -**хорошо**;
60-74,99% - **удовлетворительно**;
0-59,99% - **неудовлетворительно.**

Критерии оценки кейс-задания:

кейс–задание выполнено полностью, обучающийся привел полную четкую аргументацию выбранного решения, продемонстрировал хорошие теоретические знания, имеет собственную обоснованную точку зрения на проблему – **отлично**;

кейс–задание выполнено полностью, теоретическое обоснование ограничено, имеется собственная точка зрения на проблему, но не все причины ее возникновения установлены – **хорошо**;

кейс–задание выполнено более чем на 2/3, обучающийся показывает явный недостаток теоретических знаний, выводы слабые, собственная точка зрения на причины возникновения проблемы не обоснована или отсутствует – **удовлетворительно**;

кейс-задание не выполнено, или выполнено менее чем на треть, если решение и обозначено, то оно не является решением проблемы, которая заложена в кейсе - **неудовлетворительно**.

3.2 Задания для практических работ

3.2.1 Тематика практических работ

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

ОК 02 Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности
ОК 04 Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.
ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.
ОК 09 Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности
ОК 10 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.
ОК 11 Использовать знания по финансовой грамотности, планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере

№ задания	Тематика практических занятий
82	Подсчёт числа комбинаций. Вычисление вероятностей с использованием формул комбинаторики.
83	Вычисление вероятностей сложных событий.
84	Построение закона распределения и функция распределения ДСВ. Вычисление основных числовых характеристик ДСВ.
85	Вычисление числовых характеристик НСВ. Построение функции плотности и интегральной функции распределения.
86	Построение эмпирической функции распределения. Вычисление числовых характеристик выборки. Точечные и интервальные оценки.

Критерии оценки:

практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; показан высокий уровень знания изученного материала по заданной теме, проявлен творческий подход, умение глубоко анализировать проблему и делать обобщающие практико-ориентированные выводы; работа выполнена без ошибок и недочетов или допущено не более одного недочета – **отлично**;

практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; показан хороший уровень владения изученным материалом по заданной теме, работа выполнена полностью, но допущено в ней: а) не более одной негрубой ошибки и одного недочета; б) или не более двух недочетов - **хорошо**;

практическое задание выполнено в установленный срок с частичным использованием рекомендаций преподавателя; продемонстрированы минимальные знания по основным темам изученного материала; выполнено не менее половины работы или допущены в ней а) не более двух грубых ошибок, б) не более одной грубой ошибки и одного недочета, в) не более двух-трех негрубых ошибок, г) одна негрубая ошибка и три недочета, д) при отсутствии ошибок, 4-5 недочетов) - **удовлетворительно**;

число ошибок и недочетов превосходит норму, при которой может быть выставлена оценка «удовлетворительно» или если правильно выполнено менее половины задания; если обучающийся не приступал к выполнению задания или правильно выполнил не более 10 процентов всех заданий - **неудовлетворительно**.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедуры оценивания в ходе изучения дисциплины знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций, регламентируются положениями:

- П ВГУИТ 2.4.03 Положение о курсовых экзаменах и зачетах;
- П ВГУИТ 4.1.02 Положение о рейтинговой оценке текущей успеваемости.

Для оценки знаний, умений и навыков обучающихся по дисциплине применяется рейтинговая система. Итоговая оценка по дисциплине определяется на основании определения среднеарифметического значения баллов по каждому заданию.

Экзамен по дисциплине выставляется в зачетную ведомость по результатам работы в семестре после выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных рабочей программой дисциплины и получении по результатам тестирования по всем разделам дисциплины не менее 60 %.

5. Матрица соответствия результатов обучения, показателей, критериев и шкал оценки

Результаты обучения по этапам формирования компетенций	Предмет оценки (продукт или процесс)	Показатель оценки	Критерии оценивания сформированности компетенций	Шкала оценки	
				Академическая оценка или баллы	Уровень освоения компетенции
5.1. ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам ОК 02 Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности ОК 04 Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.					
Знать: элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения	Знание элементов комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса;	Результаты тестирования	Обучающимся даны правильные ответы на 85-100% тестовых вопросов	Отлично	Освоена (повышенный)
			Обучающимся даны правильные ответы на 75-84,99% тестовых вопросов	Хорошо	Освоена (повышенный)
			Обучающимся даны правильные ответы на 60-74,99% тестовых вопросов	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			Обучающимся даны правильные ответы менее чем на 59,99% тестовых вопросов	Неудовлетворительно	Не освоена (недостаточный)
		Собеседование (вопросы к практическим работам) и домашним работам	Практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; показан высокий уровень знания изученного материала по заданной теме, проявлен творческий подход, умение глубоко анализировать проблему и делать	Отлично	Освоена (повышенный)

непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.* **Уметь**: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;	понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.* Умение применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные		обобщающие практико-ориентированные выводы; работа выполнена без ошибок и недочетов или допущено не более одного недочета		
			Практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; показан хороший уровень владения изученным материалом по заданной теме, работа выполнена полностью, но допущено в ней: а) не более одной негрубой ошибки и одного недочета; б) или не более двух недочетов	Хорошо	Освоена (повышенный)
			Практическое задание выполнено в установленный срок с частичным использованием рекомендаций преподавателя; продемонстрированы минимальные знания по основным темам изученного материала; выполнено не менее половины работы или допущены в ней а) не более двух грубых ошибок, б) не более одной грубой ошибки и одного недочета, в) не более двух-трех негрубых ошибок, г) одна негрубая ошибка и три недочета, д) при отсутствии ошибок, 4-5 недочетов)	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			Число ошибок и недочетов превосходит норму, при которой может быть выставлена оценка «удовлетворительно» или если правильно выполнено менее половины задания; если обучающийся не приступал к выполнению задания или правильно выполнил не более 10 процентов всех заданий	Неудовлетворительно	Не освоена
		Выполнение кейс-заданий	Кейс–задание выполнено полностью, обучающийся привел полную четкую аргументацию выбранного решения, продемонстрировал хорошие теоретические знания, имеет собственную обоснованную точку зрения на проблему	Отлично	Освоена (повышенный)

	формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;		Кейс–задание выполнено полностью, теоретическое обоснование ограничено, имеется собственная точка зрения на проблему, но не все причины ее возникновения установлены	Хорошо	Освоена (повышенный)
			Кейс–задание выполнено более чем на 2/3, обучающийся показывает явный недостаток теоретических знаний, выводы слабые, собственная точка зрения на причины возникновения проблемы не обоснована или отсутствует	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			Кейс-задание не выполнено, или выполнено менее чем на треть, если решение и обозначено то оно не является решением проблемы, которая заложена в кейсе	Неудовлетворительно	Не освоена
5.2. ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста. ОК 09 Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности ОК 10 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках. ОК 11 Использовать знания по финансовой грамотности, планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере					
Знать: элементы комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса;	Знание элементов комбинаторики; понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; алгебру событий, теоремы умножения и сложения	Результаты тестирования	Обучающимся даны правильные ответы на 85-100% тестовых вопросов	Отлично	Освоена (повышенный)
			Обучающимся даны правильные ответы на 75-84,99% тестовых вопросов	Хорошо	Освоена (повышенный)
			Обучающимся даны правильные ответы на 60-74,99% тестовых вопросов	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			Обучающимся даны правильные ответы менее чем на 59,99% тестовых вопросов	Неудовлетворительно	Не освоена (недостаточный)
		Собеседование (вопросы к практическим работам) и домашним работам	Практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; показан высокий уровень знания изученного материала по заданной теме, проявлен творческий подход, умение глубоко анализировать проблему и делать обобщающие практико-ориентированные выводы; работа выполнена без ошибок и недочетов или допущено не более одного	Отлично	Освоена (повышенный)

понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.* **Уметь**: применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;	вероятностей, формулу полной вероятности; схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; законы распределения непрерывных случайных величин; центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; понятие вероятности и частоты; *понятие условной вероятности.*		недочета		
			Практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; показан хороший уровень владения изученным материалом по заданной теме, работа выполнена полностью, но допущено в ней: а) не более одной негрубой ошибки и одного недочета; б) или не более двух недочетов	Хорошо	Освоена (повышенный)
			Практическое задание выполнено в установленный срок с частичным использованием рекомендаций преподавателя; продемонстрированы минимальные знания по основным темам изученного материала; выполнено не менее половины работы или допущены в ней а) не более двух грубых ошибок, б) не более одной грубой ошибки и одного недочета, в) не более двух-трех негрубых ошибок, г) одна негрубая ошибка и три недочета, д) при отсутствии ошибок, 4-5 недочетов)	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			Число ошибок и недочетов превосходит норму, при которой может быть выставлена оценка «удовлетворительно» или если правильно выполнено менее половины задания; если обучающийся не приступал к выполнению задания или правильно выполнил не более 10 процентов всех заданий	Неудовлетворительно	Не освоена
		Выполнение кейс-заданий	Кейс–задание выполнено полностью, обучающийся привел полную четкую аргументацию выбранного решения, продемонстрировал хорошие теоретические знания, имеет собственную обоснованную точку зрения на проблему	Отлично	Освоена (повышенный)
			Кейс–задание выполнено полностью, теоретическое обоснование ограничено, имеется собственная точка зрения на	Хорошо	Освоена (повышенный)

			проблему, но не все причины ее возникновения установлены		
	Умение применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;		Кейс–задание выполнено полностью, обучающийся привел полную четкую аргументацию выбранного решения, продемонстрировал хорошие теоретические знания, имеет собственную обоснованную точку зрения на проблему	Отлично	Освоена (повышенный)
			Кейс–задание выполнено полностью, теоретическое обоснование ограничено, имеется собственная точка зрения на проблему, но не все причины ее возникновения установлены	Хорошо	Освоена (повышенный)
			Кейс–задание выполнено более чем на 2/3, обучающийся показывает явный недостаток теоретических знаний, выводы слабые, собственная точка зрения на причины возникновения проблемы не обоснована или отсутствует	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			Кейс-задание не выполнено, или выполнено менее чем на треть, если решение и обозначено то оно не является решением проблемы, которая заложена в кейсе	Неудовлетворительно	Не освоена