

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНЖЕНЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»**

**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ Василенко В.Н.

«25» \_\_\_\_\_ мая \_\_\_\_\_ 2023 \_\_\_\_ г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
**ДИСЦИПЛИНЫ**

**Системы вычислительной математики**  
(наименование дисциплины)

Направление подготовки  
43.03.01 «Сервис»

\_\_\_\_\_  
(код и наименование специальности)

Направленность (профиль) подготовки  
**Сервисное обеспечение геоинформационных систем государственного**  
**и муниципального управления**

Квалификация выпускника

**Бакалавр**

Воронеж

## 1. Цели и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины «Системы вычислительной математики» является формирование компетенций обучающегося в области профессиональной деятельности и сфере профессиональной деятельности:

- 25 Ракетно-космическая промышленность (в сфере создания инфраструктуры использования результатов космической деятельности, деятельности по обеспечению актуальной и достоверной информации социально-экономического, экологического, географического характера).

В рамках освоения ОП ВО выпускники готовятся к решению задач профессиональной деятельности следующих типов:

- организационно-управленческий;
- проектный;
- технологический;
- сервисный;
- исследовательский.

Основными задачами дисциплины являются:

- информационно-аналитическая поддержка принятия управленческих решений органами государственной и муниципальной власти;
- комплексный анализ информации о предмете поступающих информационных запросов;
- разработка методик испытаний электронных сервисов в соответствии с технологическим регламентом.

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, на основе основной образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 43.03.01 «Сервис», (уровень образования - бакалавриат).

## 2. Перечень планируемых результатов обучения, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины в соответствии с предусмотренными компетенциями обучающийся должен:

№ п/п	Код компетенции	Содержание компетенции (результат освоения)	Код и наименование индикатора достижения компетенции
1	ПКв-1	Способность применять современные методы и технологии сбора, обработки и хранения данных в ГИС государственного и муниципального уровнях	ИД1 <sub>ПК-1</sub> Анализирует с использованием современных программных средств текстовую и графическую информацию
2	ПКв-4	Способность выполнять технологические операции по информационному взаимодействию с органами государственного и муниципального уровней и организовывать системы поддержки принятия решений	ИД2 <sub>ПК-4</sub> Осуществляет информационно аналитическую поддержку принятия управленческих решений органами государственной и муниципальной власти

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (показатели оценивания)
ИД1 <sub>ПК-1</sub> Анализирует с использованием современных программных средств текстовую и графическую информацию	Знает основные понятия вычислительной математики
	Умеет решать типовые задачи по основным разделам дисциплины
	Владеет навыками оценивания параметров распределений методами и технологиями сбора, обработки и хранения данных
ИД2 <sub>ПК-4</sub> Осуществляет информационно аналитическую поддержку принятия управленческих решений органами государственной и муниципальной власти.	Знает: методы статистического оценивания и проверки гипотез, статистических методов обработки экспериментальных данных
	Умеет применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат математической статистики
	Владеет навыками использования различных методов математической статистики

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы ВО

Дисциплина «Системы вычислительной математики» относится к вариативной части.

Дисциплина относится к *части, формируемой участниками образовательных отношений* – дисциплины по выбору Блока 1 ООП.

Изучение дисциплины основано на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении обучающимися дисциплин: Информатика, Математика.

Дисциплина является предшествующей для изучения предмета «Информационные технологии в сервисе»

### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц.

Виды учебной работы	Всего ак. ч	Распределение трудоемкости по семестрам, ак. ч	
		4 сем.	5 сем.
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>252</b>	<b>108</b>	<b>144</b>
<b>Контактная работа в т.ч. аудиторные занятия:</b>	<b>102,95</b>	<b>55</b>	<b>47,95</b>
Лекции	33	18	15
Лабораторные работы (ЛБ)	66	36	30
<i>в том числе в форме практической подготовки</i>	66	36	30
Консультации текущие	1,65	0,9	0,75
Консультация перед экзаменом	2		2
Виды аттестации (зачет, экзамен)	0,3	0,1 зач.	0,2 экз.
<b>Подготовка к экзамену (контроль)</b>	<b>33,8</b>		<b>33,8</b>
<b>Самостоятельная работа:</b>	<b>115,25</b>	<b>53</b>	<b>62,25</b>
Проработка материалов по конспекту лекций	20	10	10
Проработка материалов по учебнику	70	20	50
Подготовка к аудиторной контрольной работе	20	20	
Подготовка к защите лабораторной работы	5,25	3	2,25

**5 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**5.1 Содержание разделов дисциплины**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (указываются темы и дидактические единицы)	Трудоемкость раздела, час
<b>4 семестр</b>			
1	Модуль 1	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Реализация математических моделей на компьютерах</li> <li>2. Элементы теории погрешностей</li> <li>3. Численные методы решения нелинейных уравнений</li> <li>4. Метод простой итерации и условия его сходимости</li> <li>5. Методы вычисления определенных интегралов</li> <li>6. Системы линейных уравнений. Прямые методы</li> <li>7. Системы линейных уравнений. Итерационные методы.</li> <li>8. Системы нелинейных уравнений.</li> <li>9. Аппроксимация и интерполирование функций</li> </ol>	107
	Консультации текущие		0,9
	Зачет		0,1
<b>5 семестр</b>			
2	Модуль 2	<ol style="list-style-type: none"> <li>10. Построение кубического сплайна таблично заданной функции</li> <li>11. Метод наименьших квадратов</li> <li>12. Численное дифференцирование</li> <li>13. Обыкновенные дифференциальные уравнения</li> <li>14. Решение краевой задачи для линейного уравнения второго порядка</li> <li>15. Численные методы решения уравнений математической физики</li> </ol>	107,25
	Консультации текущие		0,75
	Консультации перед экзаменом		2
	Подготовка к экзамену		33,8
	Зачет, Экзамен		0,2

**5.2 Разделы дисциплины и виды занятий**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции, час	ЛР, час	СРО, час
1	Модуль 1	18	36	53
2	Модуль 2	15	30	62,25
3	Консультации текущие		1,65	
4	Консультации перед экзаменом		2	
5	Подготовка к экзамену		33,8	
6	Зачет, Экзамен		0,3	

**5.2.1 Лекции**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тематика лекционных занятий	Трудоемкость, час
<b>4 семестр</b>			
1	Модуль 1	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Этапы решения задач на ЭВМ. Представление чисел в ЭВМ. Виды погрешностей.</li> <li>2. Элементы теории погрешностей (причины и классификация)</li> <li>3. Численное нахождение корня нелинейных уравнения на ЭВМ. Метод по-</li> </ol>	18

		ловинного деления 4. Метод простой итерации и условия его сходимости. Метод Ньютона. 5. Задача численного интегрирования. Метод трапеций. 6. Прямые методы решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса. 7. Итерационные методы решения системы линейных уравнений. Метод простой итерации. Метод Зейделя. 8. Системы нелинейных уравнений. Метод простой итерации. Метод Ньютона и его модификации 9. Аппроксимация и интерполяция функций. Интерполяция с помощью многочленов (Лагранжа, Ньютона).	
<b>5 семестр</b>			
2	Модуль 2	10. Построение кубического сплайна таблично заданной функции. В-сплайны 11. Метод наименьших квадратов 12. Численное дифференцирование 13. Обыкновенные дифференциальные уравнения 14. Решение краевой задачи для линейного уравнения второго порядка 15. Численные методы решения уравнений математической физики	15

### 5.2.2 Практические занятия не предусмотрены

### 5.2.3 Лабораторный практикум

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тематика лабораторных занятий	Трудоемкость, час
<b>4 семестр</b>			
1	Модуль 1	1. Реализация математических моделей на компьютерах 2. Элементы теории погрешностей 3. Численные методы решения нелинейных уравнений 4. Метод простой итерации и условия его сходимости 5. Методы вычисления определенных интегралов 6. Системы линейных уравнений. Прямые методы 7. Системы линейных уравнений. Итерационные методы. 8. Системы нелинейных уравнений. 9. Аппроксимация и интерполирование функций	36
<b>5 семестр</b>			
2	Модуль 2	10. Построение кубического сплайна таблично заданной функции. В-сплайны 11. Метод наименьших квадратов 12. Численное дифференцирование 13. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Метод Эйлера. Численные решения системы дифференциальных уравнений. 14. Решение краевой задачи для линейного уравнения второго порядка 15. Численные методы решения уравнений математической физики. Уравнения параболического типа. Исследование устойчивости.	30

## 5.2.4 Самостоятельная работа обучающихся (СРО)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид СРО	Трудоемкость, час	
<b>4 семестр</b>				
1	Модуль 1	Проработка материалов по конспекту лекций	10	53
		Проработка материалов по учебнику	20	
		Подготовка к аудиторной контрольной работе	20	
		Подготовка к защите лабораторной работы	3	
<b>5 семестр</b>				
2	Модуль 2	Проработка материалов по конспекту лекций	10	62,25
		Проработка материалов по учебнику	50	
		Подготовка к защите лабораторной работы	2,25	

## 6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1 Основная литература

- Свешников, А.А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Электронный ресурс]: учебное пособие. - СПб.: Лань, 2013. — 446 с.  
<https://e.lanbook.com/reader/book/5711/#1>
- Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник / В.А. Колемаев. - М.: Юнити-Дана, 2015.  
[https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=114541](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=114541)
- Балдин, К.В. Основы теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс]: учебник / К. В. Балдин. - М. : Флинта, 2016.  
[https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=500648](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=500648)

### 6.2 Дополнительная литература

- Трухан, А.А. Теория вероятностей в инженерных приложениях [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.А. Трухан.— СПб.: Лань, 2015. – 564 с.  
<https://e.lanbook.com/reader/book/56613/#1>
- Хуснутдинов, Р.Ш. Сборник задач по курсу теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс]: учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов. — СПб.: Лань, 2014.  
<https://e.lanbook.com/reader/book/53676/#1>
- Балдин, К.В. Общая теория статистики [Электронный ресурс]: учебное пособие / К.В. Балдин. - М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017.  
[https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=454045](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=454045)
- Шапкин, А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.С. Шапкин. - М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017.  
[https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=450779](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=450779)

### 6.3 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся

- Шапкин, А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.С. Шапкин. - М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017.

[https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=450779](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=450779)

2. Данылиев, М. М. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплин (модулей) в ФГБОУ ВО ВГУИТ [Электронный ресурс] : методические указания для обучающихся на всех уровнях высшего образования / М. М. Данылиев, Р. Н. Плотникова ; ВГУИТ, Учебно-методическое управление. - Воронеж : ВГУИТ, 2016. - 32 с. - Электрон. ресурс. - <http://biblos.vsu.ru/ProtectedView/Book/ViewBook/2488>

#### 6.4 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
«Российское образование» - федеральный портал	<a href="https://www.edu.ru/">https://www.edu.ru/</a>
Научная электронная библиотека	<a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp?">https://elibrary.ru/defaultx.asp?</a>
Национальная исследовательская компьютерная сеть России	<a href="https://niks.su/">https://niks.su/</a>
Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»	<a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
Электронная библиотека ВГУИТ	<a href="http://biblos.vsu.ru/megapro/web">http://biblos.vsu.ru/megapro/web</a>
Сайт Министерства науки и высшего образования РФ	<a href="https://minobrnauki.gov.ru/">https://minobrnauki.gov.ru/</a>
Портал открытого on-line образования	<a href="https://npoed.ru/">https://npoed.ru/</a>
Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «ВГУИТ»	<a href="https://education.vsu.ru/">https://education.vsu.ru/</a>

#### 6.5 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При изучении дисциплины используется программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы: ЭИОС университета, в том числе на базе программной платформы «Среда электронного обучения ЗКЛ», автоматизированная информационная база «Интернет-тренажеры», «Интернет-экзамен» и пр. (указать средства, необходимы для реализации дисциплины).

При освоении дисциплины используется лицензионное и открытое программное обеспечение – н-р, ОС Windows, ОС ALT Linux.

Программы	Лицензии, реквизиты подтверждающего документа
Microsoft Windows 7 (64 - bit)	Microsoft Windows Professional 7 Russian Upgrade Academic OPEN 1 License No Level #47881748 от 24.12.2010 г. <a href="http://eopen.microsoft.com">http://eopen.microsoft.com</a>
Microsoft Windows 8.1 (64 - bit)	Microsoft Open License Microsoft Windows Professional 8 Russian Upgrade Academic OPEN 1 License No Level#61280574 от 06.12.2012 г. <a href="http://eopen.microsoft.com">http://eopen.microsoft.com</a>
Microsoft Office Professional Plus 2010	Microsoft Office Professional Plus 2010 Russian Academic OPEN 1 License No Level #48516271 от 17.05.2011 г. <a href="http://eopen.microsoft.com">http://eopen.microsoft.com</a>
Microsoft Office 2007	Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level #44822753 от 17.11.2008 <a href="http://eopen.microsoft.com">http://eopen.microsoft.com</a>
Microsoft Office 2010	Microsoft Office 2010 Russian Academic OPEN 1 License No Level #47881748 от 24.12.2010 г. <a href="http://eopen.microsoft.com">http://eopen.microsoft.com</a>
AdobeReaderXI	(бесплатное ПО) <a href="https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader/volumedistribution.htm">https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader/volumedistribution.htm</a>

## 7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

При чтении лекций и проведения практических занятий используется аудитории ВГУИТ и аудитории кафедры.

Номер и наименование объекта, подтверждающего наличие материально-технического обеспечения	Перечень основного оборудования	Программное обеспечение (при наличии)
Практические и лабораторные занятия проводятся в: - в компьютерном классе кафедры высшей математики и информационных технологий No332,	Персональные компьютеры Intel CoreDuo E5300 с процессором Intel CoreDuo E5300 (2,6 GHz) в количестве 12 штук	Операционная система Windows Server 2003, Microsoft Office 2007 Standart;
Компьютерный класс кафедры высшей математики и информационных технологий No339,	Персональные компьютеры Intel Core i5 - 4570 с процессором Intel Core i5 - 4570 (4*3,3 GHz) в количестве 16 штук	Операционная система Windows 7) Microsoft Office 2007 Standart

## 8 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

**8.1** Оценочные материалы (ОМ) для дисциплины включают в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

**8.2** Для каждого результата обучения по дисциплине определяются показатели и критерии оценивания сформированности компетенций на различных этапах их формирования, шкалы и процедуры оценивания.

ОМ представляются в виде приложения и **входят в состав рабочей программы дисциплины (модуля).**

Оценочные материалы формируются в соответствии с П ВГУИТ «Положение об оценочных материалах».

**ПРИЛОЖЕНИЕ**  
**к рабочей программе**  
**дисциплины**  
**Системы вычислительной математики**

**1. Организационно-методические данные дисциплины для заочной формы обучения**

**1.1 Объемы различных форм учебной работы и виды контроля в соответствии с учебным планом**

Виды учебной работы	Всего акад. ч.	Распределение трудоемкости по семестрам, ак. ч	
		5 сем.	6 сем.
Общая трудоемкость дисциплины (модуля)	252	108	144
<b>Контактная работа, в т.ч. аудиторные занятия:</b>	<b>11,5</b>	<b>13,8</b>	<b>17,9</b>
Лекции	12	6	6
Лабораторные работы (ЛР)	14	6	8
<i>в том числе в форме практической подготовки</i>	14	6	8
Консультации текущие	3,4	1,7	1,7
Консультации перед экзаменом	2	-	2
Виды аттестации (зачет, экзамен)	0,3	0,1 зач.	0,2 экз.
<b>Самостоятельная работа:</b>	<b>209,6</b>	<b>90,3</b>	<b>119,3</b>
Контрольная работа	20	10	10
Проработка материалов по конспекту лекций (собеседование, тестирование)	69	20	49
Проработка материалов по учебнику (собеседование, тестирование)	100	50	50
Оформление отчетов по практическим работам	20,6	10,3	10,3
Подготовка к зачету/экзамену (контроль)	<b>10,7</b>	<b>3,9</b>	<b>6,8</b>

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

по дисциплине

**Системы вычислительной математики**

## 1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования

№ п/п	Код компетенции	Содержание компетенции (результат освоения)	Код и наименование индикатора достижения компетенции
1	ПКв-1	Способен применять современные методы и технологии сбора, обработки и хранения данных в ГИС государственного и муниципального уровней	ИД1ПКв-1 Анализирует с использованием современных программных средств текстовую и графическую информацию
	ПКв-4	Способен выполнять технологические операции по информационному взаимодействию с органами государственного и муниципального уровней и организовывать системы поддержки принятия решений	ИД2ПКв-4 Осуществляет информационно аналитическую поддержку принятия управленческих решений органами государственной и муниципальной власти

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (показатели оценивания)
ИД1 <sub>ПКв-1</sub> Анализирует с использованием современных программных средств текстовую и графическую информацию	Знает основные понятия вычислительной математики
	Умеет решать типовые задачи по основным разделам дисциплины
	Владеет навыками оценивания параметров распределений методами и технологиями сбора, обработки и хранения данных
ИД2 <sub>ПКв-4</sub> Осуществляет информационно аналитическую поддержку принятия управленческих решений органами государственной и муниципальной власти.	Знает: методы статистического оценивания и проверки гипотез, статистических методов обработки экспериментальных данных
	Умеет применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат математической статистики
	Владеет навыками использования различных методов математической статистики

## 2 Паспорт оценочных материалов по дисциплине

№ п/п	Разделы дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или ее части)	Оценочные средства		Технология/процедура оценивания (способ контроля)
			наименование	№№ заданий	
1	Модуль 1	ПКв-1, ПКв-4	<i>Тестовые задания</i>	1-28	бланочное тестирование
			<i>Кейс-задание</i>	61-90	проверка преподавателем
			<i>Вопросы к лабораторным работам</i>	112-163	собеседование
2	Модуль 2	ПКв-1, ПКв-4	<i>Тестовые задания</i>	29-60	бланочное тестирование
			<i>Кейс-задание</i>	91-111	проверка преподавателем
			<i>Вопросы к экзамену</i>	164-199	собеседование

### 3 Оценочные материалы для промежуточной аттестации.

#### Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Испытание промежуточной аттестации обучающегося по дисциплине проводится в форме экзамена (зачета), предусматривает возможность последующего собеседования.

Каждый билет включает в себя 1- 4 контрольных вопросов (*задач*), из них:

- 1-3 контрольных вопросов на проверку знаний;
- 1-2 *задачи* на проверку умений и навыков.

#### 3.1 Тесты (тестовые задания)

##### Шифр и наименование компетенции

ПКв-1 - Способен применять современные методы и технологии сбора, обработки и хранения данных в ГИС государственного и муниципального уровней

ПКв-4 - Способен выполнять технологические операции по информационному взаимодействию с органами государственного и муниципального уровней и организовывать системы поддержки принятия решений

№ задания	Тестовое задание
1	Какие объекты исследует вычислительная математика? только непрерывные объекты только дискретные объекты <b>как непрерывные, так и дискретные объекты</b>
2	В чем главное отличие вычислительной математики от других математических дисциплин? вычислительная математика предлагает методы решения задач, позволяющие полностью избежать погрешностей в вычислительной математике любой объект рассматривается, как пространство точек, для которого формируется матрица значений <b>вычислительная математика имеет дело не только с непрерывными, но и с дискретными объектами</b>
3	Вместо отрезка прямой в вычислительной математике рассматривается <b>заменяющая его система точек</b> матрица с координатами отрезка вектор в полярной системе координат, направленный по этому отрезку
4	Вместо непрерывной функции в вычислительной математике рассматривается <b>соответствующая табличная функция со значениями</b> дискретное разбиение на детерминированные интервалы численная аппроксимация критических участков функции
5	Вместо первой производной в вычислительной математике рассматривается <b>ее разностная аппроксимация</b> круговой интеграл критических значений рекурсивное представление производной, задающее область ее значений с большой точностью
6	Первую производную при вычислении заменили ее разностной аппроксимацией. Вызовет ли это погрешность в измерениях? наоборот - сделает вычисления очень точными <b>да, погрешность появится</b> погрешность появится только в очень редких случаях (например, при вычислениях, связанных с гиперболическими функциями), а в основном такая замена позволяет избегать погрешностей
7	Задача называется плохо обусловленной, если <b>имеется очень сильная чувствительность к заданию начальных данных</b> на результате вычислений сильно сказываются погрешности округления у задачи решение не единственно или решения не существует
8	Влияет ли в вычислительной математике выбор вычислительного алгоритма на результаты вычислений? нет, не влияет

	<b>да, влияет</b> все зависит от требований к точности выполнения задачи
9	Выбор вычислительного алгоритма влияет на результаты вычислений <b>только в вычислительной математике</b> только в классической математике как в вычислительной, так и в классической математике
10	На результаты вычислений в вычислительной математике может повлиять тип входных данных для вычислений <b>выбор вычислительного алгоритма</b> зависимость рекурсивных соотношений в детерминированном контексте интегрированных вычислений
11	Характерной чертой численного метода следует считать <b>экономичность вычислительного алгоритма</b> пропорциональность выходных данных нестандартность в применении правил интегрирования и дифференцирования
12	Экономичность вычислительного алгоритма представляет собой максимальное сокращение количества входных параметров (минимизацию выборки) <b>минимизацию числа элементарных операций при выполнении алгоритма на ЭВМ</b> уменьшение числа применяемых функций для формирования доступного для чтения и понимания текста
13	Погрешности при численном решении задач бывают <b>устраняемые</b> <b>неустраняемые</b> рекурсивные
14	Погрешности, связанные с построением математической модели объекта, называются <b>неустраняемыми</b> структурными модельными
15	Погрешности, связанные с приближенным заданием входных данных, называют устраняемыми <b>неустраняемыми</b> детерминированными
16	Погрешности метода решения задачи и ошибки округления принято называть неустраняемыми <b>устраняемыми</b> субъективными
17	Возможно ли разложение функции синуса в ряд Тейлора? нет, это одно из исключений данного метода <b>да, возможно</b> возможно разложение только по четным степеням аргумента данной функции
18	Радиус сходимости ряда Тейлора при разложении функции синуса равен единице нулю <b>бесконечности</b>
19	При каких значениях аргумента функции синуса ряд Тейлора, представляющий ее разложение, сходится? -1 и 1 -1, 0, и 1 <b>при любых значениях</b>
20	Возможно ли разложение функции $e^x$ в ряд Тейлора? нет, это одно из исключений данного метода <b>да, возможно</b> возможно разложение только по четным степеням $x$
21	Радиус сходимости ряда Тейлора при разложении функции $e^x$ равен единице нулю <b>бесконечности</b>
22	При каких значениях аргумента функции $e^x$ ряд Тейлора, представляющий ее разложение, сходится? -1 и 1 -1, 0, и 1 <b>при любых значениях</b>

23	<p>Для чего используют формулу <math>e^x = e^{n+a} = e^n \cdot e^a</math>, где <math>n = [x]</math>?  <b>для уменьшения ошибок округления при вычислении <math>e^x</math> при больших значениях аргумента <math>x</math></b>  для округления <math>e^x</math> до пятого знака  это подстановка для разложения в ряд Маклорена</p>
24	<p>Рассмотрим рекуррентное соотношение <math>u_{i+1} = qu_i</math>. Если модуль <math>q</math> больше единицы, то  <b>алгоритм будет неустойчив</b>  алгоритм будет устойчив  алгоритм будет нестабильным: то устойчивым, то неустойчивым</p>
25	<p>Рассмотрим рекуррентное соотношение <math>u_{i+1} = qu_i</math>. Если модуль <math>q</math> меньше или равен единице, то  алгоритм будет неустойчив  <b>алгоритм будет устойчив</b>  алгоритм будет нестабильным: то устойчивым, то неустойчивым</p>
26	<p>Имеется многочлен <math>P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n</math>. Если вычислять значения каждого члена этого многочлена и суммировать, то сколько необходимо будет выполнить умножений и сложений?  <b><math>(n+1)/2</math> умножений и <math>n</math> сложений</b>  <math>n^2 - 1</math> умножений и <math>n - 1</math> сложений  <math>n^2</math> умножений и <math>n^2</math> сложений</p>
27	<p>Имеется многочлен <math>P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n</math>. Сколько, согласно схеме Горнера, необходимо произвести сложений и умножений для вычисления такого многочлена?  <math>n</math> умножений и <math>n - 1</math> сложений  <math>2n</math> умножений и <math>2n</math> сложений  <b><math>n</math> умножений и <math>n</math> сложений</b></p>
28	<p>Коэффициенты системы линейных алгебраических уравнений представлены трехдиагональной матрицей размера <math>n \times n</math>. Определите порядок количества действий, которые необходимо произвести для решения данной системы с помощью метода Гаусса?  <math>n^2</math>  <b><math>n^3</math></b>  <math>3^n</math></p>
29	<p>Предельная погрешность разности двух величин равна  разности предельных погрешностей каждой из величин  <b>сумме предельных погрешностей каждой из величин</b>  модулю разности предельных погрешностей каждой из величин</p>
30	<p>Предельная относительная погрешность произведения двух величин равна  разности предельных относительных погрешностей каждой из величин  произведению предельных относительных погрешностей каждой из величин  <b>сумме относительных предельных погрешностей каждой из величин</b></p>
31	<p>Пусть задана таблица значений <math>x_i</math>. Совокупность точек на отрезке, на котором проводятся вычисления, называется  структурой  <b>сеткой</b>  матрицей</p>
32	<p>Совокупность узлов, участвующих в каждом вычислении производной, называют  <b>сеточным шаблоном</b>  структурной матрицей  матрицей узлов</p>
33	<p>Сеточный шаблон - это  <b>совокупность узлов, участвующих в каждом вычислении производной</b>  множество точек пространства, применимых при вычислении интеграла вероятности  форма сетки, соответствующая оптимальным значениям производной в ее критических точках</p>
34	<p>Укажите, какие из методов считаются простейшими при решении жестких систем ОДУ?  <b>явный метод Эйлера</b>  <b>метод трапеций</b>  <b>правило средней точки</b></p>
35	<p><b>Применение метода наименьших квадратов для решения задачи линейного программирования на отыскании минимума функции является основным методом. Так ли это?</b>  да, это лежит в основе теоремы Лагранжа  это положение является базовым в теореме Коши о нелинейности функционалов</p>

	<b>нет, это неверно, такой метод для такой задачи не применим</b>
36	<b>Позволяет ли разложение в ряд Тейлора приближенно решать обыкновенные дифференциальные уравнения?</b> нет, этот метод предназначен для других задач только в комплексных числах <b>да, позволяет</b>
37	<b>Решения однородной задачи составляют систему линейно независимых функций. Как найти численное решение каждой такой функции?</b> как интерполяционные разностные коэффициенты <b>как решение соответствующей задачи Коши</b> как решение задачи аппроксимации Лагранжа
38	<b>Простейшим способом интерполяции является</b> кусочно-линейная интерполяция интерполяция конечных отношений структурная интерполяция
39	<b>Если целевая функция определяется на числовой оси, то решается задача на нахождение минимума</b> функции одной переменной функции множества переменных функции, доставляющей минимум функционалу
40	<b>Если определитель матрицы равен нулю, то норма матрицы будет</b> равна единице <b>равна нулю</b> бесконечной
41	<b>Для чего вводится понятие остаточного члена интерполяции?</b> остаточный член исполняет роль пустого элемента <b>для оценки погрешности</b> для обобщения понятийной базы
42	<b>Среди одношаговых методов для решения жестких систем наиболее известны методы</b> Адамса Принса <b>Рунге-Кутты</b>
43	<b>Применение метода наименьших квадратов для решения задачи линейного программирования на отыскании минимума функции</b> <b>невозможно вообще</b> возможно всегда, и является классическим методом для такого рода задач возможно, но не имеет практического смысла
44	<b>С помощью разделенных разностей можно</b> повышать изменчивость системы <b>оценивать погрешность интерполяции</b> изменять контекст использования интерполянтов
45	<b>При решении линейных систем дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами эффективным считается</b> метод дифференциации прямых соотношений метод обобщения дифференциалов <b>метод дифференциальной прогонки</b>
46	<b>Экономичность вычислительного алгоритма представляет собой</b> максимальное сокращение количества входных параметров (минимизацию выборки) уменьшение числа применяемых функций для формирования доступного для чтения и понимания текста <b>минимизацию числа элементарных операций при выполнении алгоритма на ЭВМ</b>
47	<b>Метод перебора является</b> экономичным <b>простым</b> <b>неэкономичным</b>
48	<b>Алгоритмическая реализация явной схемы Эйлера — это</b> решение нелинейного алгебраического уравнения на каждом временном шаге аппроксимация данных по методу наименьших квадратов <b>бегущий счет</b>
49	<b>Погрешности, связанные с приближенным заданием входных данных, называют</b> детерминированными

	устранимыми <b>неустранимыми</b>
50	<b>Поможет ли применение метода трапеций в получении полной фундаментальной системы решений однородной задачи?</b> нет, нужно использовать корневой метод <b>да, поможет</b> нет, нужно применить метод гиперполяции
51	<b>Осуществление задачи интерполяции</b> зависит от контекста переопределений элементов множества <b>неоднозначно</b> <b>осуществляется оператором интерполяции</b>
52	<b>Для метода наименьших квадратов необходимо</b> структурировать все члены обобщенного решения в зависимости от их типа <b>приравнять все частные производные по компонентам обобщенного решения к нулю</b> выделить все частные решения обобщенного метода и сформировать из них матрицу зависимостей
53	<b>Какие объекты исследует вычислительная математика?</b> только непрерывные объекты только дискретные объекты <b>как непрерывные, так и дискретные объекты</b>
54	<b>К методу простых итераций следует отнести</b> метод спецификации <b>метод релаксации</b> метод корреляции
55	<b>Можно ли считать разностный метод Ньютона итерационным методом?</b> нет, это метод прямого перебора нет, это метод аппроксимации <b>да, можно</b>
56	<b>К задачам математического программирования можно отнести</b> <b>задачи линейного программирования</b> задачи структурного программирования задачи контекстного программирования
57	<b>При построении сплайна Шонберга используется</b> гиперскалярная матрица нелинейная матрица с комплексными коэффициентами <b>трехдиагональная матрица</b>
58	<b>Зачем упрощенный метод Ньютона используют для численного решения нелинейных алгебраических систем уравнений?</b> <b>чтобы не вычислять на каждой итерации обратную матрицу</b> чтобы увеличить точность вычислений чтобы избежать погрешности округления
59	<b>Потеря информации при интерполяции непрерывной функции зависит</b> от контекста применения функции <b>от свойств непрерывной функции</b> <b>от типа оператора интерполяции</b>
60	<b>Погрешности, возникающие при численном решении СЛАУ, могут оцениваться с помощью</b> <b>согласованных норм матриц и векторов</b> дифференциалов Виета рекурсивных интегралов

### 3.2 Кейс-задания

#### **Шифр и наименование компетенции**

ПКв-1 - Способен применять современные методы и технологии сбора, обработки и хранения данных в ГИС государственного и муниципального уровней

ПКв-4 - Способен выполнять технологические операции по информационному взаимодействию с органами государственного и муниципального уровней и организовывать системы поддержки принятия решений

**Задание:** Дать развернутые ответы на следующие ситуационные задания

Номер вопроса	Текст задания
61	<p><b>Задача:</b> Определить, какое равенство точнее <math>9/11=0,818</math> или <math>\sqrt{18}=4,24</math>.</p> <p><b>Решение:</b></p> <p>Находим значения данных выражений с большим числом десятичных знаков: <math>a_1=9/11=0,81818</math>, <math>a_2=\sqrt{18}=4,2426</math>. Затем вычисляем предельные абсолютные погрешности, округляя их с избытком:</p> $\alpha_{a_1} =  0,81818 - 0,818  \leq 0,00019, \quad \alpha_{a_2} =  4,2426 - 4,24  \leq 0,0027.$ <p>Предельные относительные погрешности составляют:</p> $\delta_{a_1} = \alpha_{a_1} / a_1 = 0,00019 / 0,818 = 0,00024\% ;$ $\delta_{a_2} = \alpha_{a_2} / a_2 = 0,0027 / 4,24 = 0,064\% .$ <p>Так как <math>\delta_{a_1} \leq \delta_{a_2}</math>, то равенство <math>9/11 = 0,818</math> является более точным.</p>
62	<p><b>Задача:</b> Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки: а) в узком смысле 72,353 (+0,026); б) в широком смысле 2,3544; <math>\sigma=0,2\%</math>.</p> <p><b>Решение:</b></p> <p>а) Пусть <math>72,353 (\pm 0,026) = a</math>. Согласно условию, погрешность <math>\alpha_a = 0,026 &lt; 0,05</math>; это означает, что в числе 72,353 верными в узком смысле являются цифры 7, 2, 3. По правилам округления найдём приближенное значение числа, сохранив десятые доли:</p> $a_1 = 72,4; \quad \alpha_{a_1} = \alpha_a + \Delta_{\text{окр}} = 0,026 + 0,047 = 0,073.$ <p>Полученная погрешность больше 0,05; значит, нужно уменьшить число цифр в приближенном числе до двух:</p> $a_2 = 72; \quad \alpha_{a_2} = \alpha_a + \Delta_{\text{окр}} = 0,026 + 0,353 = 0,379 < 0,5.$ <p>Поэтому обе оставшиеся цифры верны в узком смысле.</p> <p>б) Пусть <math>a = 2,3544</math>; <math>\delta_a = 0,2\%</math>; тогда <math>\alpha_a = a \cdot \delta_a = 0,00471</math>. В данном числе верными в широком смысле являются три цифры, поэтому округляем его, сохраняя эти три цифры:</p> $a_1 = 2,35; \quad \alpha_{a_1} = 0,0044 + 0,00471 = 0,00911 < 0,01.$ <p>Значит, и в округлённом числе 2,35 все три цифры верны в широком смысле.</p>
63	<p><b>Задача:</b> Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры: а) в узком смысле 0,4357; б) в широком смысле 12,384.</p> <p><b>Решение:</b></p>

а) Так как все четыре цифры  $a=0,4357$  верны в узком смысле, то абсолютная погрешность  $\alpha_a=0,00005$ , а относительная погрешность

$$\delta_a=1/(2*4*10^3)=0,000125=0,0125\%.$$

б) Так как все пять цифр числа  $a=12,384$  верны в широком смысле, то:

$$\alpha_a=0,001; \delta_a=1/(1*10^4)=0,0001=0,01\%.$$

64

**Задача:** Найти корень уравнения методом половинного деления  $F(x)=e^x-x-2=0$  с точностью  $\varepsilon=0,02$

**Решение:**

Корень находится в интервале  $[1, 2]$ . Результаты расчета

K	$a_k$	$b_k$	$c_k$	$F(a_k)$	$F(b_k)$	$F(c_k)$	$B_k - c_k$
0	1	2	1.5	-0.2817	3.3891	0.9817	1
1	1	1.5	1.25	-0.2875	0.9817	0.2403	0.5
2	1	1.25	1.125	-0.0448	0.2403	-0.0448	0.25
3	1.125	1.25	1.1875	-0.0448	0.2403	0.0914	0.125
4	1.125	1.1875	1.15625	-0.0448	0.0914	0.0217	0.0625
5	1.125	1.15625	1.1406	-0.0448	0.0217	-0.01888	0.03125
6	1.1406	1.15625					0.01565

65

**Задача:** Применить метод итераций к уравнению  $x^3+x-0.5=0$

**Решение:**

Построив функцию  $y = x^3$  и  $y = 0,5 - x$  графически, легко определить, что корень находится на интервале  $0,3 \leq x \leq 0,5$ .

$$x = x + \lambda(x^3 + x - 0,5) \equiv \varphi_3(x) \quad \varphi_3^1(x) = 1 + 3\lambda x^2 + \lambda$$

Откуда

$$\lambda_0 = -\frac{1}{3x^2 + 1}$$

При  $x_0 = 0,5$   $\lambda_0 = -0,57143$ .

Итерации по (11)			Итерации по (13) $\lambda_0 = -0,57143$		
k	$x_k$	$ x_k - x_* $	k	$x_k$	$ x_k - x_* $
$x_k$	0,5	0,076146	0	0,5	0,076146
3	0,410526	0,013328	2	0,4244065	0,002448
6	0,425890	0,002036	3	0,4239202	0,000066
9	0,423534	0,000320	4	0,4238618	0,000008
12	0,423904	0,000050	5	0,4238548	0,000001
15	0,423847	0,000007	6	0,4238539	0,0000001

66

**Задача:** Вычислить интеграл

$$S = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

**Решение:**

Этот интеграл является табличным и легко вычисляется по формуле Ньютона-Лейбница

$$\bar{S} = (\operatorname{arctg}(x)) \Big|_0^1 = \pi/4 = 0,785398$$

Разобьем отрезок интегрирования  $[0, 1]$  на пять равных частей:  $n=5, h=0,2$ . Вычислим значения подынтегральной функции  $y_i = 1/(1+x_i^2)$  в точках разбиения  $x_i = x_{i-1} + 0,2$  (для метода трапеций) и в серединах отрезков разбиения  $z_i = x_{i-1} + 0,5h$  (для метода прямоугольников). Результаты вычислений представлены в табл.

$x_i$	$y_i = y(x_i)$	$z_i = x_{i-1} + 0,5h$	$y(z_i)$	
0.0	1,000000	0,1	0,990099	Метод прямоугольников $S_n = 0,786237$
0.2	0,961538	0,3	0,917431	
0.4	0,862069	0,5	0,800000	Метод трапеций $S_T = 0,783731$
0.6	0,735294	0,7	0,671141	Точнее решение $\bar{S} = 0,785398$
0.8	0,609756	0,9	0,552486	
1,0	0,500000			

Методом прямоугольников получим

$$S_n = 0,2(0,990099 + 0,917431 + 0,8 + 0,671141 + 0,552486) = 0,2 \cdot 3,931157 = 0,786231$$

Методом трапеций

$$S_n = 0,2[(1+0,5) \cdot 0,5 + 0,961538 + 0,862069 + 0,735294 + 0,609756] = 0,2 \cdot 3,918657 = 0,783731$$

67

**Задача:** Вычислить интеграл методом Симпсона

$$S = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

**Решение:**

Разобьем отрезок  $[0, 1]$  на четыре элементарных отрезка:  $n = 4, h = 0,25$  Результаты вычисления подынтегральной функции  $y_i = 1/(1+x_i^2)$  приведены в табл

$x_i$	$y_i$	<b>Точное решение</b>
0,0	1,000000	$\bar{S} = 0,785398$
0,25	0,941176	<b>Метод Симпсона</b>
0,50	0,800000	
0,75	0,640000	$S_c = 0,785392$
1,0	0,500000	<b>Погрешность</b>
		$\bar{S} - S_c = 0,000006$

По формуле Симпсона получим

$$S_c = \frac{0,25}{3}(1 + 4 \cdot 0,941176 + 2 \cdot 0,8 + 4 \cdot 0,64 + 0,5) = \frac{0,25}{3} \cdot 9,424704 = 0,785392.$$

68

**Задача:** Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$$

**Решение:**

исключим из второго и третьего уравнений переменную  $x_1$ . Для этого из второго и из третьего уравнения почленно вычтем первое, умноженное соответственно на  $1/2$  и на  $3/2$ . Такие преобразования приводят к эквивалентной системе, имеющей то же решение, что и исходная система.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 0 - \frac{3}{2}x_2 + \frac{5}{2}x_3 = -\frac{1}{2} \\ 0 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{5}{2}x_3 = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 0 - \frac{3}{2}x_2 + \frac{5}{2}x_3 = -\frac{1}{2} \\ 0 + 0 + \frac{10}{3}x_3 = \frac{10}{3} \end{cases}$$

Из третьего уравнения находим  $x_3 = 1$ . Подставив это значение во второе уравнение, найдем, что  $-\frac{3}{2}x_2 + \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$ , откуда  $x_2 = 2$ . Подставляя  $x_3 = 1$  и  $x_2 = 2$  в первое уравнение, определим из него значение  $x_1$ :  $2x_1 + 2 - 1 = 3$ , откуда  $x_1 = 1$ .  
решение исходной системы:  $x_1 = 1 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 1$ .

69

**Задача:** Записать систему уравнений в виде, удобном для итераций:

$$\begin{cases} 10x_1 - x_2 = 9 \\ x_1 + 5x_2 = 6 \end{cases}$$

**Решение:**

Один из способов заключается в том, чтобы из первого уравнения выразить  $x_1$ , а из второго -  $x_2$ . Получим

$$\begin{cases} x_1 = 0,1 \cdot (9 + x_2) \\ x_2 = 0,2 \cdot (6 - x_1) \end{cases}$$

Выразив, наоборот, из первого уравнения переменную  $x_2$ , а из второго уравнения  $x_1$ , получим другой вид системы, подготовленной для итераций

$$\begin{cases} x_2 = 10x_1 - 9 \\ x_1 = 6 - 5x_2 \end{cases}$$

Перенеся выражения из правых частей уравнений в левую и прибавляя к обеим частям первого уравнения  $x_1$ , а к обеим частям второго уравнения  $x_2$ , получим еще один возможный способ записи

$$\begin{cases} x_1 = 11x_1 - x_2 - 9 \\ x_2 = 6x_2 + x_1 - 6 \end{cases}$$

70

**Задача:** Решить методом Зейделя систему уравнений:

$$\begin{cases} 10x_1 - x_2 = 9 \\ x_1 + 5x_2 = 6 \end{cases}$$

**Решение:**

Принимая в качестве начального приближения  $x_1^{(0)} = 0, x_2^{(0)} = 0$ , проведем несколько итераций, результаты которых сведены в таблицу.

$k$	0	1	2	3	4
$x_1^{(k)}$	0	0,9	1,002	1,0002	1,00002
$x_2^{(k)}$	0	1,02	0,9996	0,99996	0,999996
$ x_1 - x_1^{(k)} $	1	0,1	0,002	0,0002	0,00002
$ x_2 - x_2^{(k)} $	1	0,02	0,0004	0,00004	0,000004

71

**Задача:** Решить систему уравнений методом итераций:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 10 \end{cases}$$

**Решение:**

$$\begin{cases} x_1 = 1/2 \cdot (0 - x_2 + 3x_3) \\ x_2 = -2 + 4x_1 - x_3 \\ x_3 = 1/3 \cdot (10 - 2x_1 - 5x_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 10 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 1/4 \cdot (2 + x_2 + x_3) \\ x_2 = 1/5 \cdot (10 - 2x_1 - 3x_3) \\ x_3 = 1/3 \cdot (0 + 2x_1 + x_2) \end{cases}$$

Фактически это означает, что в исходной системе надо было из первого уравнения выразить  $x_3$  через остальные переменные, из второго уравнения -  $x_1$ , а из третьего -  $x_2$ . Численные результаты, получаемые методом Зейделя, приведены в табл.

$k$	0	1	2	3	4	5
$x_1^{(k)}$	0	0,5	1,183333	1,019444	0,978426	1,001651
$x_2^{(k)}$	0	1,8	0,966667	0,925556	1,015741	1,004821
$x_3^{(k)}$	0	0,933333	1,111111	0,988148	0,990864	1,002708

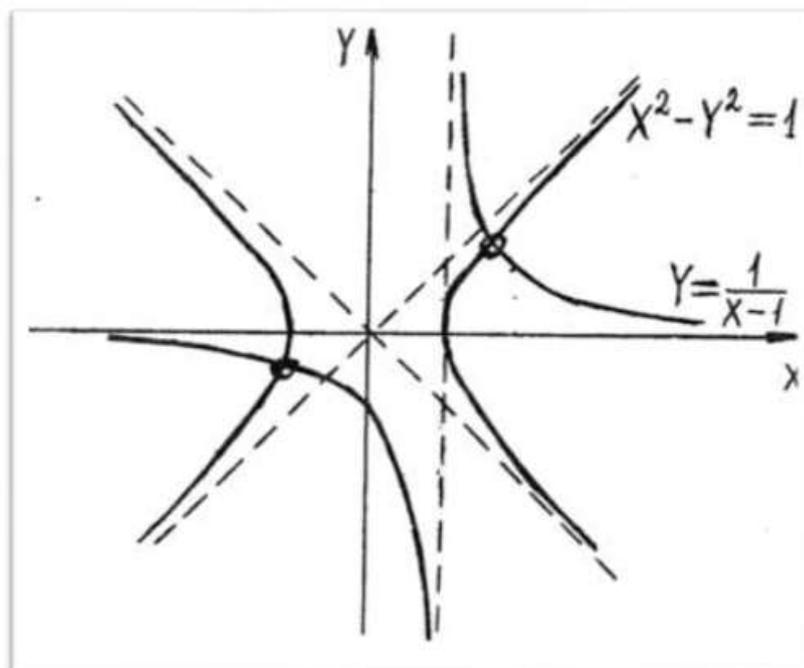
72

**Задача:** Решить методом итераций систему двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} y \cdot (x - 1) = 1 \\ x^2 = y^2 + 1 \end{cases}$$

**Решение:**

Оба уравнения представляют собой гиперболы, вид которых приведен на рис. 1. Из рисунка видно, что существует два вещественных корня. Один из них расположен в первой четверти ( $x_1 > 0, y_1 > 0$ ), а другой - в третьей ( $x_2 < 0, y_2 < 0$ ).



Для нахождения первого корня запишем систему в виде, удобном для итераций. Для этого выразим  $x$  из первого уравнения, а  $y$  - из второго.

$$\begin{cases} x = 1 + \frac{1}{y} \\ y = \sqrt{x^2 - 1} \end{cases}$$

для численного нахождения корня  $(x_1, y_1)$  применим итерационный процесс

$$\begin{cases} x^{(k+1)} = 1 + \frac{1}{y^{(k)}} \\ y^{(k+1)} = \sqrt{(x^{(k+1)})^2 - 1} \end{cases}$$

Из рис. 1 видно, что  $x_1 > 0, y_1 > 0$ . Возьмем  $x^{(0)} = 2, y^{(0)} = \sqrt{(x^{(0)})^2 - 1} = 1,7321$ . Результаты, получаемые с помощью итерационного метода, приведены в табл.

k	0	1	2	3	5	...	18
$x^k$	2,0	1,5773	1,8198	1,6577	1,6926	...	1,7167
$y^k$	1,7321	1,2198	1,5204	1,3221	1,3656		1,3954

73

**Задача:** Решить методом Ньютона систему

$$\begin{cases} f_1 \equiv x_2(x_1 - 1) - 1 = 0 \\ f_2 \equiv x_1^2 - x_2^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

**Решение:**

Система имеет два корня: в первой четверти ( $x_1 > 0, x_2 > 0$ ) и в третьей четверти ( $x_1 < 0, x_2 < 0$ ). Найдем методом Ньютона положительный корень. В качестве начального приближения примем  $x_1^{(0)} = 2, x_2^{(0)} = 1$ . Вычислим частные производные, входящие в якобиан  $\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = x_2; \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = x_1 - 1; \frac{\partial f_2}{\partial x_1} = 2x_1;$

$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = -2x_2$ . В данном конкретном случае система (20) имеет вид

$$\begin{cases} (x_2)_k \Delta x_1^{(k)} + (x_1 - 1)_k \Delta x_2^{(k)} = 1 - x_2^{(k)}(x_1^{(k)} - 1) \\ (2x_1)_k \Delta x_1^{(k)} + (-2x_2)_k \Delta x_2^{(k)} = 1 - (x_1^{(k)})^2 + (x_2^{(k)})^2 \end{cases}$$

Подставляя в коэффициенты системы и правые части начальное приближение  $x_1^{(0)} = 2, x_2^{(0)} = 1$ , получим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 1 \cdot \Delta x_1^{(0)} + 1 \cdot \Delta x_2^{(0)} = 0 \\ 4 \cdot \Delta x_1^{(0)} - 2 \cdot \Delta x_2^{(0)} = 2 \end{cases}$$

Решим систему методом Гаусса. Для этого из второго уравнения системы вычтем первое, умноженное на 4. Получим систему с верхней треугольной матрицей

$$\begin{cases} \Delta x_1^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} = 0 \\ -6\Delta x_2^{(0)} = -2 \end{cases}$$

откуда найдем  $\Delta x_2^{(0)} = 2/6 = 0,3333$ ,  $\Delta x_1^{(0)} = -0,3333$ . Используя (21), находим уточненные значения неизвестных

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} = 2 - 0,3333 = 1,6667 \\ x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} = 1 + 0,3333 = 1,3333 \end{cases}$$

На этом первый шаг метода Ньютона заканчивается. Подставляя полученные значения  $x_1^{(1)}$  и  $x_2^{(1)}$  в коэффициенты и правые части системы (22), получим систему линейных уравнений для определения величин  $\Delta x_1^{(1)}$  и  $\Delta x_2^{(1)}$

$$\begin{cases} 1,3333\Delta x_1^{(1)} + 0,6667\Delta x_2^{(1)} = 0,1111 \\ 3,3334\Delta x_1^{(1)} - 2,6666\Delta x_2^{(1)} = 0,0000 \end{cases}$$

Из второго уравнения вычтем первое, умноженное на величину  $3,3334/1,3333 = 2,5000$ . Получим систему в треугольном виде

$$\begin{cases} 1,3333\Delta x_1^{(1)} + 0,6667\Delta x_2^{(1)} = 0,1111 \\ -4,3334\Delta x_2^{(1)} = -0,2778 \end{cases}$$

$$1,3333 \quad \Delta x_1^{(1)} = 0,1111 \quad -0,6667 - 0,0641 = 0,0684, \quad \Delta x_1^{(1)} = 0,0513.$$

Найдем теперь уточненные значения  $x_1^{(2)}$  и  $x_2^{(2)}$

$$\begin{cases} x_1^{(2)} = x_1^{(1)} + \Delta x_1^{(1)} = 1,6667 + 0,0513 = 1,718 \\ x_2^{(2)} = x_2^{(1)} + \Delta x_2^{(1)} = 1,3333 + 0,0641 = 1,3974 \end{cases}$$

Представим результаты в виде табл. , причем для сравнения приведем значения решения после трех шагов Ньютона.

k	0	1	2	3	...	6	
$x_1^{(k)}$	2	1,6667	1,718	1,7167			класси - ческий метод Ньютона
$x_2^{(k)}$	1	1,3333	1,3974	1,3953			
$ f_1 $	0	0,1111	0,0033	0,0001			
$ f_2 $	2	0,0002	0,0012	0,0002			
$x_1^{(k)}$	2	1,6667	1,7037	...	...	1,7166	упро - щенный метод Ньютона
$x_2^{(k)}$	1	1,3333	1,4078	...	...	1,3954	
$ f_1 $	0	0,1111	0,0093	...	...	0,00006	
$ f_2 $	2	00002	0,0793	...	...	0,00004	

74

**Задача:** вычислить значение функции  $f(x)$  в точке  $x=1,5$  с использованием линейной и квадратичной интерполяции

X	1	2	3
Y	0	0,693147	1,0986123

$$x_0 = 1, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 3, \quad y_0 = 0, \quad y_1 = 0,69315; \quad y_2 = 1,09861.$$

Для вычисления  $f(1,5)$  воспользуемся формулой линейной интерполяции

$$f(1,5) = \frac{1,5-1}{-1} \cdot 0 + \frac{1,5-1}{+1} \cdot 0,69315 = -0,5 \cdot 0 + 0,5 \cdot 0,69315 = +0,346574$$

Воспользуемся теперь формулой квадратичной интерполяции

$$\begin{aligned} f(1,5) &= \frac{(1,5-2)(1,5-3)}{(1-2)(1-3)} y_0 + \frac{(1,5-1)(1,5-3)}{(2-1)(2-3)} y_1 + \frac{(1,5-1)(1,5-2)}{(3-1)(2-1)} y_2 = \\ &= \frac{(-0,5) \cdot (-1,5)}{2} \cdot 0 + \frac{0,5 \cdot -1,5}{-1} \cdot 0,693147 + \frac{0,5 \cdot (-0,5)}{2} \cdot 1,098612 = 0,519863 - 0,137327 = 0,382536 \end{aligned}$$

Для сравнения результатов укажем, что приведенная в таблице функция – это функция  $y = \ln x$ , в которой были использованы шесть знаков после запятой. Точное значение  $y(1,5)$  будет равно  $\ln(1,5)=0,405465$ , линейная интерполяция дает  $y(1,5)=0,346574$ , а квадратичная интерполяция -  $y(1,5)=0,382536$ . Для линейной интерполяции ошибка равна 0,058891, а для квадратичной – 0,022929.

**Решение:**

**Задача:** Задана табличная функция  $y=f(x)$

x	0,2	0,3	0,4
y	0,008	0,027	0,064

Вычислить значения  $y'_i(x)$  при всех трех значениях аргументов и значение  $y''(x)$  в точке  $x=0,3$

**Решение:**

$$y'(0,2) = (0,027 - 0,008) / 0,1 = 0,19$$

Точное значение  $y'(0,2) = 3 \cdot (0,2)^2 = 0,12$ . Далее везде рядом с приближенным решением будем в квадратных скобках указывать точное значения соответствующей производной. Для вычисления  $y'(0,4)$  используем формулу (16):

$$y'(0,4) = (0,064 - 0,027) / 0,1 = 0,37 \quad [y'(0,4) = 3 \cdot (0,4)^2 = 0,48].$$

Для вычисления  $y'(0,3)$  используем более точную формулу (18):

$$y'(0,3) = (0,064 - 0,008) / (2 \cdot 0,1) = 0,28 \quad [y'(0,3) = 3 \cdot (0,3)^2 = 0,27].$$

Для второй производной  $y''(0,3)$  используем формулу (20):

$$y''(0,3) = (0,064 - 2 \cdot 0,027 + 0,008) / (0,1)^2 = 1,8 \quad [y''(0,3) = 6 \cdot 0,3^2 = 1,8]$$

$x_i$	$y'_i$ вычисленное	$y'_i$ точный результат	Фактическая погрешность	Погрешность аппроксимации
0,2	0,19	0,12	0,07	$(y'_i h) / 2 = 0,06$
0,3	0,28	0,27	0,01	$(y''_i h) / 6 = 0,01$
0,4	0,37	0,48	-0,11	$-(y''_i h) / 2 = 0,12$
$x_i$	$y''_i$ вычисленное	$y''_i$ точный результат	Фактическая погрешность	Погрешность аппроксимации
0,3	1,8	1,8	0	$-(y^{(4)}_i h^2) / 12 = 0$

**Задача:** с помощью метода Рунге найти численно производную  $y'(1)$  для таблично заданной функции

x	0,8	0,9	1,0
y	0,512	0,729	1,0

**Решение:**

Вычислим величину  $y'(1)$  с помощью левой разности

$$y'_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{h} + O(h)$$

порядок погрешности которой  $k=1$ . Воспользуемся этой формулой, беря шаги  $h=0,1$  и  $2h=0,2$ . При  $h=0,1$

$$y'_h(1) = \frac{1 - 0,729}{0,1} = 2,71$$

При  $h=0,2$  вычислим уточненное значение производной  $y'(1)$  по формуле

$$y'(1) = y'_h + \frac{y'_h - y'_{2h}}{2^k - 1} = 2,71 + \frac{2,71 - 2,44}{2 - 1} = 2,71 + 0,27 = 2,98.$$

Для оценки укажем, что в таблице приведена функция  $y = x^3$ , точное значение производной которой равно  $y' = 3x^2$  и, следовательно,  $y'(1) = 3$ . Видно, что уточненное с помощью метода Рунге значение  $y'(1) = 2,98$  имеет гораздо меньшую ошибку, чем значения  $y'_h(1) = 2,71$  и  $y'_{2h}(1) = 2,44$ .

### 3.5 Список вопросов к собеседованию (зачет, экзамен)

#### Шифр и наименование компетенции

ПКв-1 - Способен применять современные методы и технологии сбора, обработки и хранения данных в ГИС государственного и муниципального уровней

ПКв-4 - Способен выполнять технологические операции по информационному взаимодействию с органами государственного и муниципального уровней и организовывать системы поддержки принятия решений

Номер вопроса	Текст вопроса
77	Этапы решения задач на ЭВМ
78	Представление чисел в ЭВМ
79	Виды погрешностей.
80	Элементы теории погрешностей (причины и классификация)
81	Численное нахождение корня нелинейных уравнения на ЭВМ
82	Метод половинного деления
83	Метод простой итерации и условия его сходимости
84	Метод Ньютона
85	Задача численного интегрирования
86	Метод трапеций
87	Прямые методы решения систем линейных уравнений
88	Метод Гаусса
89	Итерационные методы решения системы линейных уравнений
90	Метод простой итерации
91	Метод Зейделя
92	Системы нелинейных уравнений
93	Метод простой итерации
94	Метод Ньютона и его модификации
95	Аппроксимация и интерполяция функций

96	Интерполяция с помощью многочлена Лагранжа
97	Интерполяция с помощью многочлена Ньютона
98	Построение кубического сплайна таблично заданной функции
99	В-сплайны
100	Метод наименьших квадратов
101	Численное дифференцирование
102	Обыкновенные дифференциальные уравнения
103	Решение краевой задачи для линейного уравнения второго порядка
104	Численные методы решения уравнений математической физики

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Процедуры оценивания в ходе изучения дисциплины знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций, регламентируются положениями:

- П ВГУИТ 2.4.03 Положение о курсовых экзаменах и зачетах;
- П ВГУИТ 4.1.02 Положение о рейтинговой оценке текущей успеваемости.

Тестовые задания

Критерии и шкалы оценки:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если обучающийся ответил на 85-100 % вопросов;
- оценка «хорошо», если обучающийся ответил на 70-84,99 % вопросов ;
- оценка «удовлетворительно», если обучающийся ответил на 50-69,99 % вопросов;
- оценка «неудовлетворительно», если обучающийся ответил на 0- 49,99 % вопросов.

Аудиторная контрольная работа

Критерии и шкалы оценки:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если обучающийся выбрал верную методику решения задачи, привел верный расчет;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если обучающийся выбрал верную методику решения задачи, привел верный расчет, имеются замечания по оформлению задания, **допустил** не более 1 ошибки;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если обучающийся выбрал верную методику решения задачи, **допустил** 2 ошибки в вычислениях;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если обучающийся выбрал неверную методику решения задачи, **допустил** более 2 ошибок в вычислениях.

Экзамен (зачет)

Критерии и шкалы оценки:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, проявившему всесторонние и глубокие знания программного материала и дополнительной литературы, обнаружившему творческие способности в понимании, изложении и практическом использовании материала и справившемуся с кейс-заданием;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, проявившему полное знание программного материала, освоившему основную рекомендованную литературу, обнаружившему стабильный характер знаний и умений и способному к их самостоятельному применению

и обновлению в ходе последующего обучения и практической деятельности и частично справившемуся с кейс-заданием;

- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, проявившему знания основного программного материала в объеме, необходимом для последующего обучения и предстоящей практической деятельности, знакомому с основной рекомендованной литературой, допустившему неточности в ответе на экзамене, но обладающему необходимыми знаниями и умениями для их устранения при корректировке со стороны экзаменатора;

- оценка «зачтено» ставится на зачёте обучающимся по вышеуказанным критериям для оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно»;

- оценки «неудовлетворительно» и «не зачтено» ставятся обучающемуся, обнаружившему существенные пробелы в знании основного программного материала, допустившему принципиальные ошибки при применении теоретических знаний, которые не позволяют ему продолжить обучение или приступить к практической деятельности без дополнительной подготовки по данной дисциплине.

По итогам изучения дисциплины за семестр выставляется средневзвешенная оценка с учетом рейтинговой системы оценивания.

**5. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания для каждого результата обучения по дисциплине/практике**

Результаты обучения по этапам формирования компетенций	Предмет оценки (продукт или процесс)	Показатель оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций	Шкала оценивания	
				Академическая оценка или баллы	Уровень освоения компетенции
<b>ПКв-1 - Способен применять современные методы и технологии сбора, обработки и хранения данных в ГИС государственного и муниципального уровней</b>					
<b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия теории информации и математической статистики	Экзамен	знание программного материала, стабильный характер знаний и умений и способность к их самостоятельному применению и обновлению в ходе последующего обучения и практической деятельности, сделанное кейс-задание	пробелы в знании основного программного материала, принципиальные ошибки при применении теоретических знаний	2	Не освоена (недостаточный)
			знания основного программного материала в объеме, необходимом для последующего обучения и предстоящей практической деятельности	3	Освоена (базовый)
				4-5	Освоена (повышенный)
	Тестовые задания	Правильный ответ на представленные вопросы	0 - 49,99 % правильных ответов	Не зачтено	
50 - 100 % правильных ответов			Зачтено	Освоена (базовый, повышенный)	
<b>УМЕТЬ:</b> решать типовые задачи по основным разделам дисциплины, оценивать параметры распределений	Контрольная работа	Методика решения представленных задач, верные расчеты	неверная методика решения задачи, проведен неверный расчет, имеются значительные замечания по тексту и оформлению работы, допущено более 2 ошибок	2	Не освоена (недостаточный)
			верная методика решения задачи, проведен верный расчет, представлено решение задач, имеются замечания по тексту и оформлению задания, допущено не более 2 ошибок	3	Освоена (базовый)
				4-5	Освоена (повышенный)
	Защита лабораторной работы	Уровень владения материалом	Обучающийся не выполнил лабораторную работу	2	Не освоена (недостаточный)
			обучающийся выполнил лабораторную и ответил на вопросы, допустив значительные ошибки	3	Освоена (базовый)
			обучающийся выполнил лабораторную и ответил на вопросы, допустив незначительные ошибки	4	Освоена (повышенный)
обучающийся выполнил лабораторную и ответил на все вопросы			5		
<b>ВЛАДЕТЬ:</b> методами и технологиями сбора, обработки и хранения данных	Кейс-задания	Методика решения представленных задач, верные расчеты	неверная методика решения задачи, проведен неверный расчет, имеются значительные замечания по тексту и оформлению работы, допущено более 2 ошибок	2	Не освоена (недостаточный)
			верная методика решения задачи, проведен верный расчет, представлено решение задач, имеются замечания по тексту и оформлению задания, допущено не более 2 ошибок	3	Освоена (базовый)
				4-5	Освоена (повышенный)
<b>Результаты обучения по</b>	<b>Предмет оценки</b>	<b>Показатель оценивания</b>	<b>Критерии оценивания</b>	<b>Шкала оценивания</b>	

этапам формирования компетенций	(продукт или процесс)	ния	сформированности компетенций	Академическая оценка или баллы	Уровень освоения компетенции
ПКв-4 - Способен выполнять технологические операции по информационному взаимодействию с органами государственного и муниципального уровней и организовывать системы поддержки принятия решений					
<b>ЗНАТЬ:</b> знать методы статистического оценивания и проверки гипотез, статистических методов обработки экспериментальных данных	Экзамен	знание программного материала, стабильный характер знаний и умений и способность к их самостоятельному применению и обновлению в ходе последующего обучения и практической деятельности, сделанное кейс-задание	пробелы в знании основного программного материала, принципиальные ошибки при применении теоретических знаний	2	Не освоена (недостаточный)
			знания основного программного материала в объеме, необходимом для последующего обучения и предстоящей практической деятельности	3	Освоена (базовый)
				4-5	Освоена (повышенный)
	Тестовые задания	Правильный ответ на представленные вопросы	0 - 49,99 % правильных ответов	Не зачтено	Не освоена (недостаточный)
50 - 100 % правильных ответов			Зачтено	Освоена (базовый, повышенный)	
<b>УМЕТЬ:</b> применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат математической статистики	Контрольная работа	Методика решения представленных задач, верные расчеты	неверная методика решения задачи, проведен неверный расчет, имеются значительные замечания по тексту и оформлению работы, допущено более 2 ошибок	2	Не освоена (недостаточный)
			верная методика решения задачи, проведен верный расчет, представлено решение задач, имеются замечания по тексту и оформлению задания, допущено не более 2 ошибок	3	Освоена (базовый)
				4-5	Освоена (повышенный)
	Защита лабораторной работы	Уровень владения материалом	обучающийся не выполнил лабораторную работу	2	Не освоена (недостаточный)
			обучающийся выполнил лабораторную и ответил на вопросы, допустив значительные ошибки	3	Освоена (базовый)
			обучающийся выполнил лабораторную и ответил на вопросы, допустив незначительные ошибки	4	Освоена (повышенный)
			обучающийся выполнил лабораторную и ответил на все вопросы	5	
<b>ВЛАДЕТЬ:</b> методами математической статистики	Кейс-задания	Методика решения представленных задач, верные расчеты	неверная методика решения задачи, проведен неверный расчет, имеются значительные замечания по тексту и оформлению работы, допущено более 2 ошибок	2	Не освоена (недостаточный)
			верная методика решения задачи, проведен верный расчет, представлено решение задач, имеются замечания по тексту и оформлению задания, допущено не более 2 ошибок	3	Освоена (базовый)
				4-5	Освоена (повышенный)