МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНЖЕНЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 00854147D9DB094CC9BCA23534D24EC1A8
Владелец: Василенко Виталий Николаевич
Действителен: с 26.09.2023 до 19.12.2024

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по учебной работе

____________ ___Василенко В.Н.__
(подпись) (Ф.И.О.)

«30» мая 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

(наименование дисциплины)

Направление подготовки

38.03.01 Экономика
(код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

Технологии бухгалтерского учета и отчетности
(наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация выпускника
бакалавр
(Бакалавр/Специалист/Магистр/Исследователь. Преподаватель-исследователь)

Воронеж

1. Цели и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины (модуля) является формирование компетенций обучающегося в области профессиональной деятельности и сфере профессиональной деятельности:

01 Образование и наука (в сферах: общего, среднего профессионального, дополнительного профессионального образования; научных исследований),

08 Финансы и экономика (в сфере исследований, анализа и прогнозирования социально-экономических процессов и явлений на микро- и макро- уровне в экспертно-аналитических службах (центрах экономического анализа, правительственном секторе, общественных организациях); в сфере производства продукции и услуг, включая анализ спроса на продукцию и услуги и оценку их текущего и перспективного предложения, продвижение продукции и услуг на рынок, планирование и обслуживание финансовых потоков, связанных с производственной деятельностью; в сферах кредитования, страхования, включая пенсионное и социальное, операций на финансовых рынках; в сферах внутреннего и внешнего финансового контроля и аудита, финансового консультирования, управления рисками; в сфере консалтинга).

Дисциплина направлена на решение задач профессиональной деятельности следующих типов:

аналитический;
организационно-управленческий;
педагогический;
финансовый;
расчётно-экономический.

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (Приказ Министерства науки и высшего образования РФ от 12 августа 2020 г. N 954 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 38.03.01 Экономика")

2. Перечень планируемых результатов обучения, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

№ п/п	Код компетенции	Формулировка компетенции	Код и наименование индикатора достижения Компетенции
1	**ОПК-2**	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ИД1$_{\text{ОПК-2}}$ – Применяет стандартные математические методы при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (показатели оценивания)
ИД1$_{\text{ОПК-2}}$ – Применяет стандартные математические методы при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных	Знает: основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения профессиональных задач
	Умеет: применять вероятностные методы при решении профессиональных задач
	Владеет: навыками применения стандартных математических методов при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных

3. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП ВО

Дисциплина относится к обязательной части Блока 1 ООП. Дисциплина является обязательной к изучению.

Изучение дисциплины основано на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении обучающимися дисциплины Математика.

Дисциплина является предшествующей для изучения дисциплин: Статистика, Эконометрика, Основы цифровой экономики и цифровые бизнес-платформы, Учебная практика, ознакомительная практика, Производственная практика, преддипломная практика, подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет _4_ зачетных единицы.

Виды учебной работы	**Всего академических часов**	**Распределение трудоемкости по семестрам, ч**
		2 семестр
Общая трудоемкость дисциплины (модуля)	**144**	**144**
Контактная работа в т. ч. аудиторные занятия:	**73,9**	**73,9**
Лекции	36	36
в том числе в форме практической подготовки	-	-
Практические занятия	36	36
в том числе в форме практической подготовки	-	-
Консультации текущие	1,8	1,8
Вид аттестации (зачет)	0,1	0,1
Самостоятельная работа:	**70,1**	**70,1**
Проработка материалов по лекциям, учебникам, учебным пособиям	42,1	42,1
Подготовка к аудиторной контрольной работе	12	12
Подготовка к выполнению тестовых заданий	16	16

5 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1 Содержание разделов дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела *(указываются темы и дидактические единицы)*	Трудоемкость раздела, ак.ч
1	Случайные события	Элементы комбинаторики. Случайные события, основные понятия. Вероятность. Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Повторные испытания. Формула Бернулли. Формула Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. *Сбор, обработка и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.*	53

2	Случайные величины	Случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Числовые характеристики случайной величины. Непрерывная случайная величина. Функция распределения. Плотность распределения непрерывной случайной величины. Формулы вычисления математического ожидания и дисперсии для непрерывной случайной величины. Равномерное распределение. Показательное распределение, функция надежности. Нормальное распределение. Вероятность попадания в интервал нормально распределенной случайной величины. Правило трех сигм. Понятие о системе нескольких случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Функция распределения двумерной случайной величины. Вероятность попадания случайной точки в полуполосу и в прямоугольник. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. *Стандартные математические методы при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных.*	57
3	Статистическое описание данных. Статистическое оценивание.	Генеральная и выборочная совокупности. Задачи оценивания. Точечные оценки и их свойства: несмещенность, состоятельность и эффективность. Методы получения точечных оценок. Интервальные оценки параметров: вероятности, математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения. *Сбор, обработка и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.*	32,1
	Консультации текущие		1,8
	Зачет		0,1

5.2 Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции, ак. ч	Практические занятия, ак. ч	СРО, ак. ч
1	Случайные события	14	14	25
2	Случайные величины	16	16	25
3	Статистическое описание данных. Статистическое оценивание.	6	6	20,1
	Консультации текущие	1,8		
	Зачет	0,1		

5.2.1 Лекции

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тематика лекционных занятий	Трудоемкость, ак. ч
1	Случайные события	1.Элементы комбинаторики. Основные правила комбинаторики. Перестановки, размещения, сочетания.	2
		2. Классификация событий. Алгебра событий. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.	2
		3. Статистическая вероятность. Геометрическая вероятность.	2
		4. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Противоположные события. Полная группа событий.	2
		5. Теорема умножения вероятностей независимых событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей зависимых событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Теорема сложения вероятностей совместных событий.	2
		6. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	2

		7. Формула Бернулли. Формула Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Сбор, обработка и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.	2
2	Случайные величины	8. Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины.	2
		9.Числовые характеристики дискретной случайной величины.	2
		10.Законы распределения дискретных случайных величин.	2
		11.Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения непрерывной случайной величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.	2
		12. Равномерное, показательное, нормальное распределения случайных величин.	2
		13. Понятие о системе нескольких случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Функция распределения двумерной случайной величины. Вероятность попадания случайной точки в полуполосу и в прямоугольник.	2
		14. Условные законы распределения составляющих системы дискретных случайных величин Условное математическое ожидание. Числовые характеристики систем двух случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.	2
		15. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Бернулли. Понятие о центральной предельной теореме Ляпунова. Стандартные математические методы при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных.	2
3	Статистическое описание данных. Статистическое оценивание.	16. Генеральная и выборочная совокупности. Задачи оценивания.	2
		17. Точечные оценки и их свойства: несмещенность, состоятельность и эффективность. Методы получения точечных оценок	2
		18.Интервальные оценки параметров: вероятности, математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения. Сбор, обработка и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.	2

5.2.2 Практические занятия (семинары)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, ак. ч
1	Случайные события	1.Виды комбинаций. Правило сложения, правило умножения.	2
		2.Алгебра событий.	2
		3.Классическое определение вероятностей случайных событий.	2
		4.Статистическая вероятность. Геометрическая вероятность.	2
		5.Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Противоположные события. Полная группа событий.	2
		6.Теорема умножения вероятностей независимых событий.	2
		7.Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей зависимых событий.	2
		8.Вероятность появления хотя бы одного события. Теорема сложения вероятностей совместных событий.	2
		9.Формула полной вероятности. Вероятности гипотез. Формулы Байеса.	2
		10. Формула Бернулли. Формула Пуассона.	2

2		11.Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Сбор, обработка и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.	2
2	Случайные величины	12.Дискретные случайные величины. Законы распределения дискретных случайных величин.	2
		13.Числовые характеристики дискретной случайной величины и их свойства.	2
		14.Непрерывные случайные величины. Функция распределения,	2
		15.Плотность распределения непрерывной случайной величины.	2
		16.Числовые характеристики непрерывной случайной величины.	2
		17. Равномерное, показательное распределения случайных величин.	2
		18. Нормальное распределение.	2
		19. Понятие о системе нескольких случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины.	2
		20.Функция распределения двумерной случайной величины. Вероятность попадания случайной точки в полуполосу и в прямоугольник.	2
		21. Условные законы распределения составляющих системы дискретных случайных величин	2
		22. Условное математическое ожидание.	2
		23.Числовые характеристики систем двух случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.	2
		24. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Бернулли. Понятие о центральной предельной теореме Ляпунова. Стандартные математические методы при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных.	2
3	Статистическое описание данных. Статистическое оценивание.	25. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.	2
		26. Определение основных характеристик выборочной совокупности.	2
		27.Интервальное оценивание параметров генеральной совокупности. Построение доверительного интервала для генеральной средней при известной и неизвестной генеральной дисперсии. Сбор, обработка и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.	2

5.2.3 Лабораторный практикум

не предусмотрен

5.2.4 Самостоятельная работа обучающихся

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид СРО	Трудоемкость, ак. ч
1	Случайные события	Подготовка к выполнению тестовых заданий	5
		Подготовка к аудиторной контрольной работе	6
		Проработка материалов по лекциям, учебникам, учебным пособиям	14
2	Случайные величины	Подготовка к выполнению тестовых заданий	5
		Подготовка к аудиторной контрольной работе	6
		Проработка материалов по лекциям, учебникам, учебным пособиям	14
3	Статистическое опи-	Подготовка к выполнению тестовых заданий	6

	сание данных. Статистическое оценивание.	Проработка материалов по лекциям, учебникам, учебным пособиям	14,1

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Для освоения дисциплины обучающийся может использовать:

6.1 Основная литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов (гриф УМО ВО). — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. https://urait.ru/bcode/510437

2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов (гриф УМО ВО). — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 406 с. https://urait.ru/bcode/510436

3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 538 с. https://urait.ru/bcode/541918

6.2 Дополнительная литература

1. Трухан, А.А. Теория вероятностей в инженерных приложениях: учебное пособие (гриф МО). — СПб. : Лань, 2015. — 364 с. https://e.lanbook.com/reader/book/56613/#1

2. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под редакцией А. М. Попова. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 425 с. https://urait.ru/bcode/534639

3. Свешников, А. А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учебное пособие. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с https://e.lanbook.com/book/211169

6.3 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся

1. Теория вероятностей и математическая статистика: методические указания для самостоятельной работы для обучающихся по направлению 38.03.01 - «Экономика», очной, очно-заочной и заочной формы обучения / А. Д. Чернышов, Е. Н. Ковалева - Воронеж, 2021. - Режим доступа: http://education.vsuet.ru/

2. Ковалев, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов : учебник и практикум для вузов / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев ; под общей редакцией Г. А. Медведева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 284 с. https://urait.ru/bcode/536389

6.4 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
Научная электронная библиотека	*http://www.elibrary.ru/defaulttx.asp?*
Образовательная платформа «Юрайт»	*https://urait.ru/*
ЭБС «Лань»	*https://e.lanbook.com/*
АИБС «МегаПро»	*https://biblos.vsuet.ru/MegaPro/Web*
Сайт Министерства науки и высшего образования РФ	*http://minobrnauki.gow.ru*

6.5 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При изучении дисциплины используется программное обеспечение и информационные справочные системы: информационная среда для дистанционного обучения СЭО «3KL», автоматизированная информационная база «Интернет-тренажеры», «Интернет-экзамен».

При освоении дисциплины используется лицензионное и открытое программное обеспечение – ОС *Windows, ОС ALT Linux.*

7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения (мультимедийными проекторами, настенными экранами, интерактивными досками, ноутбуками, досками, рабочими местами по количеству обучающихся, рабочим местом преподавателя) – ауд. 401, 225, 231 или иные в соответствии с расписанием.

Допускается использование других аудиторий в соответствии с расписанием учебных занятий и оснащенных соответствующим материально-техническим обеспечением, в соответствии с требованиями, предъявляемыми образовательным стандартом.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа к базам данных и электронной информационно-образовательной среде ФГБОУ ВО «ВГУИТ» – ресурсный центр ВГУИТ.

8 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Оценочные материалы (ОМ) для дисциплины (модуля) включают в себя:

- перечень компетенций с указанием индикаторов достижения компетенций, этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.

ОМ представляются отдельным комплектом и входят в состав рабочей программы дисциплины (модуля) в виде приложения.

Оценочные материалы формируются в соответствии с П ВГУИТ «Положение об оценочных материалах».

ПРИЛОЖЕНИЕ
к рабочей программе

1. Организационно-методические данные дисциплины для очно-заочной форм обучения

Объемы различных форм учебной работы и виды контроля в соответствии с учебным планом (очно-заочная форма)

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет _4_ зачетных единицы

Виды учебной работы	**Всего академических часов**	**Распределение трудоемкости по семестрам, ч**
		2 семестр
Общая трудоемкость дисциплины (модуля)	**144**	**144**
Контактная работа в т. ч. аудиторные занятия:	**24,7**	**24,7**
Лекции	12	12
в том числе в форме практической подготовки	-	-
Практические занятия	12	12
в том числе в форме практической подготовки	-	-
Консультации текущие	0,6	0,6
Вид аттестации (зачет)	0,1	0,1
Самостоятельная работа:	**119,3**	**119,3**
Проработка материалов по лекциям, учебникам, учебным пособиям	79,3	79,3
Подготовка к аудиторной контрольной работе	20	20
Подготовка к выполнению тестовых заданий	20	20

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

по дисциплине

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования

№ п/п	**Код компетенции**	**Формулировка компетенции**	**Код и наименование индикатора достижения компетенции**
1	**ОПК-2**	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ИД1$_{\text{ОПК-2}}$ – Применяет стандартные математические методы при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных

Код и наименование индикатора достижения компетенции	**Результаты обучения (показатели оценивания)**
ИД1$_{\text{ОПК-2}}$ – Применяет стандартные математические методы при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных	Знает: основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения профессиональных задач
	Умеет: применять вероятностные методы при решении профессиональных задач
	Владеет: навыками применения стандартных математических методов при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных

2 Паспорт оценочных материалов по дисциплине

№ п/п	Разделы дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или ее части)	Оценочные средства		Технология/процедура оценивания (способ контроля)
			наименование	№№ заданий	
1	Случайные события	ОПК -2	Банк тестовых заданий	1-8, 21-23, 31-32	Компьютерное тестирование (процентная шкала)
			Собеседование (вопросы для зачета)	41-57	Проверка преподавателем (оценка в системе «зачтено-не зачтено»)
			Задачи для практических занятий		Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Контрольная работа		Проверка преподавателем (уровневая шкала)
2	Случайные величины	ОПК -2	Банк тестовых заданий	9-12, 16-20, 24-28, 34-33, 36-40	Компьютерное тестирование (процентная шкала)
			Собеседование (вопросы для зачета)	58-67	Проверка преподавателем (оценка в системе «зачтено-не зачтено»)
			Задачи для практических занятий		Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Контрольная работа		Проверка преподавателем (уровневая шкала)
3	Статистическое описание данных. Статистическое оценивание.	ОПК-2	Банк тестовых заданий	13-15, 29-30, 35	Компьютерное тестирование (процентная шкала)
			Собеседование (вопросы для зачета)	68-70	Проверка преподавателем (оценка в системе «зачтено-не зачтено»)
			Задачи для практических занятий		Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Контрольная работа		Проверка преподавателем (уровневая шкала)

3 Оценочные материалы для промежуточной аттестации

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

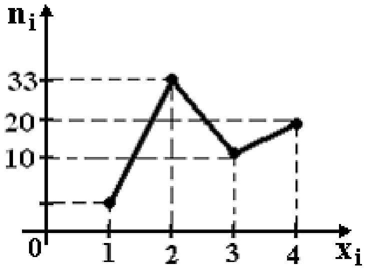
Аттестация обучающегося по дисциплине проводится в форме тестирования и предусматривает возможность последующего собеседования (зачета, экзамена).

3.1 Банк тестовых заданий

ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач

№ задания	Тестовое задание с вариантами ответов и правильными ответами
	Выбрать один ответ
1	В урне 3 белых и 4 черных шаров. Из урны наудачу вынули 2 шара (не возвращая вынутый шар в урну). Найти вероятность того, что оба шара белые. 1) $\frac{3}{7}$; **2)** $\frac{1}{7}$; 3) $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{5}{6}$.
2	По оценкам экспертов вероятности банкротства для двух предприятий, производящих разнотипную продукцию, равны 0,2 и 0,35. Тогда вероятность банкротства обоих предприятий равна 1) 0,7 **2)** 0,07 3) 0,52 4) 0,55
3	Вероятность суммы двух совместных событий равна: а) $P(A+B)=P(A)+P(B)+P(A\cdot B)$, **б)** $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$, в) $P(A+B)=P(A)-P(B)-P(A\cdot B)$, г) $P(A+B)=P(A)-P(B)+P(A\cdot B)$, д) $P(A+B)=P(A)+P(B)$.
4	Формула полной вероятности имеет вид: 1) $P(A)=P(H_1)P_A(H_1)+P(H_2)P_A(H_2)+\ldots+P(H_n)P_A(H_n)$, **2)** $P(A)=P(H_1)P_{H_1}(A)+P(H_2)P_{H_2}(A)+\ldots+P(H_n)P_{H_n}(A)$, 3) $P(A)=P(A)P_A(H_1)+P(A)P_A(H_2)+\ldots+P(A)P_A(H_n)$, 4) $P(A)=P(A)P_{H_1}(A)+P(A)P_{H_2}(A)+\ldots+P(A)P_{H_n}(A)$,
5	В партии 600 лампочек, из которых 200 изготовлены на первом заводе, 250 – на втором, 150 – на третьем. Вероятности того, что лампочка окажется исправной, для первого завода равна 0,97; для второго – 0, 91, для третьего – 0,93. Тогда вероятность того, что наудачу взятая из партии лампочка окажется исправной, равна: **а)** 0,935, б) 0,513, в) $\frac{1}{125}$, г) $\frac{1}{2}$.
6	Банк выдает 60% всех кредитов физическим лицам и 40% – юридическим лицам. Вероятность того, что физическое лицо не погасит в срок кредит, равна 0,12; а для юридического лица эта вероятность составляет 0,06. Получено сообщение о невозврате кредита. Тогда вероятность того, что этот кредит не погасило физическое лицо, равна:

<table>
<tr><td></td><td>1) 0,5 2) 0,6 3) 0,25 **4)** 0,75</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Формула Бернулли имеет вид:
а) $P_n(m)=C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$,
б) $P_n(m)=C_n^m \cdot q^m \cdot p^{n-m}$,
в) $P_n(m)=A_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$,
г) $P_n(m)=A_n^m \cdot q^m \cdot p^{n-m}$,
д) $P_n(m)=C_n^m \cdot p^m \cdot q^n$.</td></tr>
<tr><td>8</td><td>Изделия некоторого производства содержат 10% брака. Вероятность того, что среди 5 наугад взятых изделий 3 испорченных равна
1) 0,0013 **2)** 0,0081 3) 0,03 4) 0,045</td></tr>
<tr><td>9</td><td>Найти математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной законом распределения
<table>
<tr><td>x</td><td>- 3</td><td>- 2</td><td>2</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>p</td><td>0,1</td><td>0,4</td><td>0,1</td><td>0,2</td><td>0,2</td></tr>
</table>
1) 1,2; **2)** 0,9; 3) 0,7; 4) 1.</td></tr>
<tr><td>10</td><td>Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей
$$f(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 2x, & 0 < x \le 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$
Тогда вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала *(0; 0,5), равна...*
а) 0,25; б) 0,5; в) 0,75; г) 0,125.</td></tr>
<tr><td>11</td><td>Дисперсия равномерно распределенной случайной величины определяется по формуле:
1) $D(X)=(b+a)^2/12$,
2) $D(X)=(b-a)^2/2$,
3) $D(X)=(a+b)/2$,
4) $D(X)=(b-a)^2/12$.</td></tr>
<tr><td>12</td><td>Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей
$$f(x)=\frac{1}{8\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-9)^2}{128}}.$$
Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно …
а) 9; б) 8; в) 64; г) 128.</td></tr>
<tr><td>13</td><td>Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=70$, полигон частот которой имеет вид</td></tr>
</table>

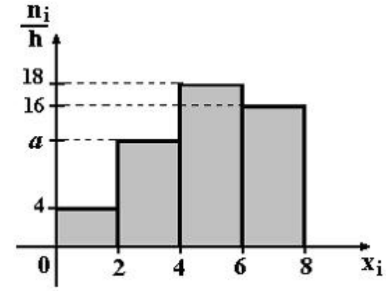


Тогда частота варианты $x_i = 1$ в выборке равна…

1) 5 2) 3 **3)** 7 4) 8

14

По выборке объема $n = 100$ построена гистограмма частот



Тогда значение a равно…

1) 10 2) 8 **3)** 12 4) 14

15

Статистическое распределение выборки имеет вид

x_i	1	5	9	11
n_i	6	3	7	4

Тогда относительная частота варианты $x_4 = 11$ равна…

1) 0,55 2) 0,4 **3)** 0,2 4) 4

Выбрать несколько ответов

16

Выберите все верные утверждения, касающиеся свойств математического ожидания

1) $M(C) = 0$

2) $M(CX) = CM(X)$

3) $M(X+Y) = M(X) + M(Y)$

4) $M(X-Y) = M(X) - M(Y)$

17

Дисперсия *D*(*X*) случайной величины *X* может быть вычислена как:

1) $D(X) = M\left(X^2\right) - M(X)$

2) $D(X) = M\left(X - M(X)\right)^2$

3) $D(X) = \left(M(X)\right)^2 - M\left(X^2\right)$

4) $D(X) = M\left(X^2\right) - \left(M(X)\right)^2$

18

Выберите все верные утверждения, касающиеся свойств дисперсии

1) $D(C) = 0$

2) $D(CX) = CD(X)$

3) $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$

<table>
<tr><td></td><td>4) $D(X-Y)=D(X)-D(Y)$</td></tr>
<tr><td>19</td><td>К основным законам распределения дискретных случайных величин относятся:
1) биномиальный закон
2) равномерный закон
3) геометрический закон
4) закон распределения Пуассона</td></tr>
<tr><td>20</td><td>Непрерывная случайная величина распределена по показательному закону с параметром λ.
Укажите числовые характеристики этой случайной величины, которые равны $\frac{1}{\lambda}$.
1) математическое ожидание
2) дисперсия
3) среднее квадратическое отклонение
4) начальный момент второго порядка</td></tr>
<tr><td></td><td>Расположение в правильном порядке</td></tr>
<tr><td>21</td><td>Два стрелка стреляют в цель независиво друг от друга. Каждый стрелок делает по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,4, вторым – 0,7.
Расположите следующие события по возрастанию их вероятностей.
1) первый стрелок промахнется, а второй попадет,
2) только один стрелок попадет в цель,
3) оба стрелка попадут в цель,
4) ни один стрелок не попадет в цель.

Ответ: 4); 3); 1); 2)</td></tr>
<tr><td>22</td><td>Куб, все грани которого окрашены, распиливают на 125 кубиков одинакового размера. Все кубики перемешивают и наудачу извлекают один кубик.
Расположите следующие события по возрастанию их вероятностей,
1) кубик будет иметь одну окрашенную грань,
2) кубик будет иметь две окрашенных грани,
3) кубик будет иметь три окрашенных грани.

Ответ: 3); 2); 1)</td></tr>
<tr><td></td><td>Вопросы на сопоставление</td></tr>
<tr><td>23</td><td>Установите соответствие между формулами и их названиями
<table>
<tr><td>1</td><td>$P_n(m)=C_n^m\cdot p^m\cdot q^{n-m}$</td><td>А</td><td>локальная формула Лапласа</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$P_n(m)=\frac{(\lambda)^m e^{-\lambda}}{m!}$</td><td>Б</td><td>интегральна ормула Лапласа</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$P_n(m)=\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x)$,
где $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$
и $x=\frac{m-np}{\sqrt{npq}}$</td><td>В</td><td>Формула Бернулли</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

4	$P_n(m_1, m_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1),$ где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} \mathrm{d}z,$ $x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}$ и $x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}};$	Г	Формула Пуассона

Ответ: 1-В; 2-Г; 3-А; 4-Б

24

В среднем по 10% договоров страховая компания выплачивает страховые суммы в связи с наступлением страхового случая. Составить закон распределения случайной величины *X* - числа таких договоров среди наудачу выбранных трех.
Установите соответствие между значениями случайной величины *X* и их вероятностями.

1	$X = 0$	А	0, 43
2	$X = 1$	Б	0,729
3	$X = 2$	В	0,001
4	$X = 3$	Г	0,027

Ответ: 1-Б; 2-А; 3-Г; 4-В

25

Налоговый инспектор проверяет декларацию о доходах постранично до первой ошибки. После обнаружения ошибки декларация возвращается составителю на доработку. Вероятность обнаружить ошибку на странице равна 0,2. Сданная в инспекцию на проверку декларация содержит четыре страницы. Составить закон распределения случайной величины *X* – числа проверенных страниц. Установите соответствие между значениями случайной величины *X* и их вероятностями.

1	$X = 0$	А	0,16
2	$X = 1$	Б	0,2
3	$X = 2$	В	0,512
4	$X = 3$	Г	0,128

Ответ: 1-Б; 2-А; 3-Г; 4-В

Вставить пропущенное слово или число

26

Непрерывная случайная величина имеет _____________ закон распределения, если ее плотность распределения имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}$$

Ответ введите словом (прилагательное в именительном падеже).

Ответ: равномерный

27

Непрерывная случайная величина имеет _____________ закон распределения, если ее плотность распределения имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}.$$

Ответ введите словом (прилагательное в именительном падеже).

Ответ: нормальный

28 Непрерывная случайная величина имеет _____________ закон распределения, если ее плотность распределения имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Ответ введите словом (прилагательное в именительном падеже).
.

Ответ: показательный

29 _____________ частот - ломаная, отрезки которой соединяют точки (x_1, n_1),

(x_2; n_2), ..., (x_k; n_k). Ответ введите словом (существительное с большой буквы в именительном падеже).

Ответ: Полигон

30 _____________ частот - ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины *h*, а высоты равны отношению n_i / h. Ответ введите словом (существительное с большой буквы в именительном падеже).

Ответ: Гистограмма

Задачи на 1-2 действия

31 Из пяти карточек с буквами О, П, Р, С, Т наугад одну за другой выбирают три и располагают в ряд в порядке появления. Какова вероятность того, что получится слово «ТОР»? Ответ введите в виде обыкновенной дроби.

Решение:

1) $n = A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{2!\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{2!} = 3\cdot 4\cdot 5 = 60, \quad m = 1.$

2) $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{A_5^3} = \frac{1}{60}.$

Ответ: **1/60**

32 В магазин поступило 5 холодильников, 2 из которых имеют заводской дефект. Случайным образом выбирают два холодильника. Найти вероятность того, что выбранные холодильники не имеют заводского дефекта. Ответ введите в виде десятичной дроби.

Решение:

1) $n = C_5^2 = \frac{5!}{2!\cdot 3!} = \frac{4\cdot 5}{1\cdot 2} = 10$; $m = C_3^2 = \frac{3!}{1!\cdot 2!} = 3$

2) $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{10} = 0,3.$

Ответ: **0,3**

33 Найти дисперсию дискретной случайной величины Х, заданной законом распределения

X	-4	6	10
P	0,2	0,3	0,5

Решение:

$$1)\ M(X) = -4\cdot 0,2 + 6\cdot 0,3 + 10\cdot 0,5 = 6$$

$$2)\, D(X) = M\left(X^2\right) - \left(M(X)\right)^2 = (-4)^2 \cdot 0,2 + 6^2 \cdot 0,3 + 10^2 \cdot 0,5 - 6^2 = 28$$

Ответ: **28**

34 Найти математическое ожидание непрерывной случайной величины *X*, если:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } -\infty < x \le 0; \\ \dfrac{x}{18}, & \text{при } 0 < x \le 6; \\ 0, & \text{при } x > 6. \end{cases}$$

Решение.

$$M(X) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int\limits_0^6 x \cdot \frac{x}{18} dx = \frac{1}{18} \cdot \int\limits_0^6 x^2 dx = \frac{1}{18} \cdot \frac{x^3}{3}\Bigg|_0^6 = \frac{6^3}{3^3 \cdot 2} = \frac{3^3 \cdot 2^3}{3^3 \cdot 2} = 4.$$

Ответ: 4

35 Выборочная совокупность задана таблицей распределения

x_i	1	2	3	4
n_i	20	15	10	5

Найти выборочную дисперсию.

Решение.

$$1)\ \bar{x}_{\text{в}} = \frac{20 \cdot 1 + 15 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 5 \cdot 4}{20 + 15 + 10 + 5} = \frac{100}{50} = 2.$$

$$2)\ D_B = \frac{20 \cdot (1-2)^2 + 15 \cdot (2-2)^2 + 10 \cdot (3-2)^2 + 5 \cdot (4-2)^2}{50} = \frac{50}{50} = 1.$$

Ответ: **1**

Кейс- задания

36 При производстве некоторого изделия вероятность брака равна 0,1. При производстве бракованного изделия предприятие терпит убытки в размере 30 тыс. рублей, а при производстве небракованного получает прибыль в размере 20 тыс. рублей. Изготовлено 4 изделия. Найдите:

1) математическое ожидание прибыли предприятия,
2) дисперсию прибыли предприятия.

Решение:

Случайную величину X - прибыль предприятия при изготовлении четырех изделий можно представить как сумму четырех одинаково распределенных независимых случайных величин X_i - прибыль предприятия при изготовлении одного изделия:

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$$

X_i	-30	20
P	0,1	0,9

Найдем числовые характеристики случайной величины X_i:

$M(X_i)$ = -30·0,1+20·0,9=15

$D(X_i)$ = (-30)^2·0,1+20^2·0,9 - 15^2=225

Найдем числовые характеристики случайной величины X :

1) $M(X) = M(X_1)+M(X_2)+M(X_3)+M(X_4)$

$M(X)$ = 4·15=60

2) $D(X) = D(X_1)+D(X_2)+D(X_3)+D(X_4)$

$D(X)$ = 4·225=900

Ответ: 60 900.

37

При производстве некоторого изделия вероятность брака равна 0,3. При производстве бракованного изделия предприятие терпит убытки в размере 40 тыс. рублей, а при производстве небракованного получает прибыль в размере 30 тыс. рублей. Изготовлено 4 изделия. Найдите:

1) математическое ожидание прибыли предприятия,
2) дисперсию прибыли предприятия.

Решение:

Случайную величину X - прибыль предприятия при изготовлении четырех изделий можно представить как сумму четырех одинаково распределенных независимых случайных величин X_i - прибыль предприятия при изготовлении одного изделия:

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$$

X_i	-40	30
P	0,3	0,7

Найдем числовые характеристики случайной величины X_i :

$M(X_i)$ = -40·0,3+30·0,7=9

$D(X_i)$ = (-40)^2·0,3+30^2·0,7 - 9^2=1029

Найдем числовые характеристики случайной величины X :

1) $M(X) = M(X_1)+M(X_2)+M(X_3)+M(X_4)$

$M(X)$ = 4·9=36

2) $D(X) = D(X_1)+D(X_2)+D(X_3)+D(X_4)$

$D(X)$ = 4·1029=4116

Ответ: 36 4116.

38

При производстве некоторого изделия вероятность брака равна 0,4. При производстве бракованного изделия предприятие терпит убытки в размере 10 тыс. рублей, а при производстве небракованного получает прибыль в размере 20 тыс. рублей. Изготовлено 4 изделия. Найдите:

1) математическое ожидание прибыли предприятия,
2) дисперсию прибыли предприятия.

Решение:

Случайную величину X - прибыль предприятия при изготовлении четырех изделий можно представить как сумму четырех одинаково распределенных независимых случайных величин X_i - прибыль предприятия при изготовлении одного изделия:

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$$

X_i	-10	20
P	0,4	0,6

Найдем числовые характеристики случайной величины X_i :

$M(X_i) = -10\cdot0{,}4+20\cdot0{,}6=8$

$D(X_i) = (-10)^2\cdot0{,}4+20^2\cdot0{,}6 - 8^2=216$

Найдем числовые характеристики случайной величины X :

1) $M(X) = M(X_1)+M(X_2)+M(X_3)+M(X_4)$

$M(X) = 4\cdot8=32$

2) $D(X) = D(X_1)+D(X_2)+D(X_3)+D(X_4)$

$D(X) = 4\cdot216=864$

Ответ: 32   864.

39 При производстве некоторого изделия вероятность брака равна 0,2. При производстве бракованного изделия предприятие терпит убытки в размере 20 тыс. рублей, а при производстве небракованного получает прибыль в размере 10 тыс. рублей. Изготовлено 4 изделия. Найдите:

1) математическое ожидание прибыли предприятия,
2) дисперсию прибыли предприятия.

Решение:

Случайную величину X - прибыль предприятия при изготовлении четырех изделий можно представить как сумму четырех одинаково распределенных независимых случайных величин X_i - прибыль предприятия при изготовлении одного изделия:

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$$

X_i	-20	10
P	0,2	0,8

Найдем числовые характеристики случайной величины X_i :

$M(X_i) = -20\cdot0{,}2+10\cdot0{,}8=4$

$D(X_i) = (-20)^2\cdot0{,}2+10^2\cdot0{,}8 - 4^2=144$

Найдем числовые характеристики случайной величины X :

1) $M(X) = M(X_1)+M(X_2)+M(X_3)+M(X_4)$

$M(X) = 4\cdot4=16$

2) $D(X) = D(X_1)+D(X_2)+D(X_3)+D(X_4)$

$D(X)$ = 4·144=576

Ответ: 16 576.

40

При производстве некоторого изделия вероятность брака равна 0,1. При производстве бракованного изделия предприятие терпит убытки в размере 10 тыс. рублей, а при производстве небракованного получает прибыль в размере 20 тыс. рублей. Изготовлено 4 изделия. Найдите:

1) математическое ожидание прибыли предприятия,
2) дисперсию прибыли предприятия.

Решение:

Случайную величину X - прибыль предприятия при изготовлении четырех изделий можно представить как сумму четырех одинаково распределенных независимых случайных величин X_i - прибыль предприятия при изготовлении одного изделия:

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$$

X_i	-10	20
P	0,1	0,9

Найдем числовые характеристики случайной величины X_i :

$M(X_i)$ = -10·0,1+20·0,9=17

$D(X_i)$ = $(-10)^2$·0,1+20^2·0,9 - 15^2=81

Найдем числовые характеристики случайной величины X :

1) $M(X) = M(X_1) + M(X_2) + M(X_3) + M(X_4)$

$M(X)$ = 4·17=68

2) $D(X) = D(X_1) + D(X_2) + D(X_3) + D(X_4)$

$D(X)$ = 4·81=324

Ответ: 68 324.

3.2. Вопросы для зачета

ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач

Номер задания	Формулировка вопроса
41	Предмет теории вероятностей. Достоверное, невозможное и случайное события. **Ответ:** В различных разделах науки и техники нередко возникают ситуации, когда результат каждого из многих проводимых опытов заранее предугадать невозможно, однако можно исследовать закономерности, возникающие при проведении серии опытов. Исследование вероятностных закономерностей массовых однородных явлений составляет предмет **теории вероятностей**. События, которые могут произойти в результате опыта, можно подразделить на три вида: а) **достоверное событие** – событие, которое всегда происходит при проведении опыта; б) **невозможное событие** – событие, которое в результате опыта произойти не может;

	в) **случайное событие** – событие, которое может либо произойти, либо не произойти.
42	Несовместные и совместные события. Полная группа событий. Равновозможные события. **Ответ:** События называют несовместными, если появление одного из них исключает появление других событий в одном и том же испытании. В противном случае события называют совместными. Говорят, что события A_1, A_2,…,A_n образуют полную группу, если в результате испытания появится хотя бы одно из них. События называют равновозможными, если есть основания считать, что ни одно из них не является более возможным, чем другое.
43	Сумма событий. Произведение событий **Ответ:** *Суммой* $A + B$ *двух событий* A и B называют событие, состоящее в появления события A, или события B, или обоих этих событий.*Суммой нескольких событий* называют событие, которое состоит в появлении хотя бы одного их этих событий. *Произведением двух событий* A *и* B называют событие AB, состоящее в совместном появлении этих событий. *Произведением нескольких событий* называют событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий.
44	Элементарные исходы. Классическое определение вероятности. **Ответ:** Пусть исходы некоторого испытания образуют полную группу несовместных событий и являются равновозможными. Такие исходы называются элементарными. Элементарный исход называется благоприятствующим событию А, если его появление этого влечет за собой появление события А. Согласно классическому определению, вероятность события А равна отношению числа элементарных исходов, благоприятствующих событию А, к общему числу элементарных исходов, т.е. $P(A)=\frac{m}{n}$.
45	Свойства вероятности (с доказательством). **Ответ:** Свойство 1. *Вероятность достоверного события равна единице.* Действительно, если событие достоверно, то каждый элементарный исход испытания благоприятствует событию, этом случае $m = n$, следовательно: $P(A) = m/n = n/n = 1$. Свойство 2. *Вероятность невозможного события равна нулю.* Действительно, если событие невозможно, то ни один из элементарных исходов испытания не благоприятствуют событию, в этом случае $m=0$, следовательно, $P(A) = m/n = 0/n = 0$. Свойство 3. *Вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между нулем и единицей.* Действительно, случайному событию благоприятствует лишь часть из общего числа элементарных исходов испытания, в этом случае $0<m<n$, значит, $0<m/n<1$, следовательно,

	$0< P(A)<1$.
46	Теорема сложения вероятностей несовместных событий (с доказательством). **Ответ:** **Теорема.** Вероятность суммы двух несовместных событий, равна сумме вероятностей этих событий: $P(A + B) = P(A) + P(B)$. Доказательство. Введем обозначения: n – общее число возможных элементарных исходов испытания; m_1 – число исходов, благоприятствующих событию А; m_2 – число исходов, благоприятствующих событию В. Число элементарных исходов, благоприятствующих наступлению либо события А, либо события В, равно $m_1 + m_2$. Следовательно, $P(A + B) = (m_1 + m_2)/ n = m_1/ n + m_2/ n$. Приняв во внимание, что $m_1/ n = P(A)$ и $m_2/ n = P(B)$, окончательно получим $P(A + B) = P(A) + P(B)$.
47	Теорема о сумме вероятностей событий $A_1, A_2, \dots , A_n$, образующих полную группу (с доказательством). **Ответ:** **Теорема.** Сумма вероятностей событий $A_1, A_2, \dots , A_n$, образующих полную группу, равна единице: $P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$. Доказательство. Так как появление одного из событий полной группы достоверно, а вероятность достоверного события равна единице, то $P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$. (*) Любые два события полной группы несовместны, поэтому можно применить теорему сложения: $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$. (**) Сравнивая (*) и (**), получим $P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$.
48	Противоположные события. Теорема о сумме вероятностей противоположных событий (с доказательством). **Ответ:** Противоположными называют два единственно возможных события, образующих полную группу. Если одно из двух противоположных событий обозначено через А, то другое принято обозначать $\overline{A}$. **Теорема.** Сумма вероятностей противоположных событий равна единице: $P(A) + P(\overline{A}) = 1$. Доказательство. Противоположные события образуют полную группу, а сумма вероятностей событий, образующих полную группу, равна единице
49	Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей (с доказательством). **Ответ:** Условной вероятностью $P_A(B)$ называют вероятность события В, вычисленную в предположении, что событие А уже наступило.

	Условная вероятность события *B* при условии, что событие *A* уже наступило, по определению, равна $P_A(B)=P(AB)/P(A)$. **Теорема.** Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило: $P(AB) = P(A)\,P_A(B)$. Доказательство. По определению условной вероятности, $P_A(B)=P(AB)/P(A)$. Отсюда $P(AB)=P(A)P_A(B)$.
50	Независимые события. Теорема умножения вероятностей для независимых событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. **Ответ:** Событие В называют независимым от события А, если появление события А не изменяет вероятности события В, т. е. если условная вероятность события В равна его безусловной вероятности: $P_A(B)=P(B)$. Для независимых событий теорема умножения $P(AB)= P(A)P_A(B)$ имеет вид $P(AB)=P(A)P(B)$ Несколько событий называют попарно независимыми, если каждые два из них независимы. Несколько событий называют независимыми в совокупности (или просто независимыми), если независимы каждые два из них и независимы каждое событие и все возможные произведения остальных.
51	Теорема о вероятности появления хотя бы одного из нескольких событий, независимых в совокупности. **Ответ:** Теорема. Вероятность появления хотя бы одного из событий $A_1, A_2, ..., A_n$, независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий $\overline{A}_1, \overline{A}_2, ..., \overline{A}_n$: Доказательство. Обозначим через *A* событие, состоящее в появлении хотя бы одного из событий $A_1, A_2, ..., A_n$, События *A* и $\overline{A}_1, \overline{A}_2, ..., \overline{A}_n$ (ни одно из событий не наступило) противоположны, следовательно, сумма их вероятностей равна единице: $P(A)+P(\overline{A}_1, \overline{A}_2, ..., \overline{A}_n)=1$. Отсюда, пользуясь теоремой умножения, получим $P(A)=1- P(\overline{A}_1, \overline{A}_2, ..., \overline{A}_n)=1-P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2)\ldots P(\overline{A}_n)$.
52	**Теорема сложения вероятностей совместных событий** **Ответ:** Теорема. Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления: $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$. Доказательство. Поскольку события *A* и *B*, по условию, совместны, то событие *A* + *B* наступит, если наступит одно из следующих трех несовместных событий: $A\overline{B}$, $\overline{A}B$ или *AB*. По теореме сложения вероятностей несовместных событий, $P(A+B)=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)+P(AB)$. (*) Событие *A* произойдет, если наступит одно из двух несовместных событий: $\overline{A}B$ или *AB*. По теореме сложения вероятностей несовместных событий имеем $P(A) = P(A\overline{B}) + P(AB)$. Отсюда

	$P(\overline{A}B)=P(A)—P(AB).$ (**) Аналогично имеем $P(B)=P(\overline{A}B)+P(AB).$ Отсюда $P(\overline{A}B)=P(B)—P(AB).$ (***) Подставив (**) и (***) в (*), окончательно получим $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).$ (****)
53	Формула полной вероятности. Формула Байеса **Ответ:** Теорема 1. (Формула полной вероятности). Вероятность события А, которое может наступить лишь при условии появления одного из несовместных событий H_1, H_2, ... , H_n, образующих полную группу, равна сумме произведений вероятностей каждого из этих событий на соответствующую условную вероятность события А. $P(A)=\sum_{k=1}^{n}P(H_1)P_{H_k}(A).$.События H_1, H_2, ... , H_n называются гипотезами. Теорема 2. (формула Байеса) Вероятность гипотезы H_i при условии, что событие А уже произошло, может быть пересчитано по формуле $P_A(H_i)=\dfrac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{P(A)},(i=1,2,...,n),$ где $P(A)=\sum_{k=1}^{n}P(H_1)P_{H_k}(A).$
54	Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли **Ответ:** На практике часто приходится сталкиваться с задачами, которые можно представить в виде многократно повторяющихся испытаний при данном комплексе условий, в которых представляет интерес вероятность числа k наступлений некоторого события A в n испытаниях. Если вероятность наступления события A в каждом испытании не меняется от исходов других, то такие испытания называются независимыми относительно события A. Если независимые повторные испытания проводятся при одном и том же комплексе условий, то вероятность наступления события A в каждом испытании одна и та же. Описанная последовательность независимых испытаний получила название схемы независимых испытаний Бернулли. Теорема. Пусть производится n независимых испытаний, в каждом из которых некоторое событие A может появиться с вероятностью $P(A)=p$ и не появиться с вероятностью $P(\overline{A})=1-P(A)=1-p=q$. Тогда вероятность появления события A m раз в n испытаниях вычисляется по формуле Бернулли $P_n(m)=C_n^m p^m q^{n-m}$
55	Формула Пуассона **Ответ:** Формула Бернулли требует громоздких расчетов при большом количестве испытаний. Можно получить более удобную для расчетов приближенную формулу, если при большом числе испытаний вероятность появления *А* в одном опыте мала, а произведение $np = \lambda$ сохраняет постоянное значение для разных серий опытов (то есть среднее число появлений события *А* в разных сериях испытаний остается неизменным). Применим формулу Бернул-

	ли: $p_n(k)=\frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!}p^k(1-p)^{n-k}=$ $=\frac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!}\left(\frac{\lambda}{n}\right)^k\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}.$ Найдем предел полученного выражения при $n\to\infty$: $p_n(k)\approx\frac{\lambda^k}{k!}\lim_{n\to\infty}\left(1\cdot\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)...\left(1-\frac{k-1}{n}\right)\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}\right)=$ $=\frac{\lambda^k}{k!}\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-k}=\frac{\lambda^k}{k!}\cdot e^{-\lambda}\cdot 1.$ Таким образом, формула Пуассона имеет вид: $p_n(k)=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$
56	Локальная теорема Лапласа **Ответ:** Теорема. Если вероятность p появления события А в каждом испытании постоянна и отлична от нуля и единицы, то вероятность P_n (k) того, что событие А появится в n испытаниях ровно k раз, приближенно равна (тем точнее, чем больше n) значению функции y=$\frac{1}{\sqrt{npq}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}=\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x)$ при x= (k-np)/$\sqrt{npq}$. Имеются таблицы, в которых помещены значения функции φ (x)= $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$, соответствующие положительным значениям аргумента x. Для отрицательных значений аргумента пользуются теми же таблицами, так как функция φ (x) четна, т. е. φ (-x)= φ (x).
57	Интегральная теорема Лапласа **Ответ:** **Теорема.** Если вероятность p наступления события А в каждом испытании постоянна и отлична от нуля и единицы, то вероятность $P_п$ (k_1, k_2) того, что событие А появится в п испытаниях от k_1 до k_2 раз, приближенно равна определенному интегралу $P_п(k_1,k_2)\cong\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{x'}^{x''}e^{-z^2/2}dz,$ (*) где x' =(k_1—np)/$\sqrt{npq}$ и x” =(k_2—np)/$\sqrt{npq}$. При решении задач, требующих применения интегральной теоремы Лапласа, пользуются специальными таблицами, так как неопределенный интеграл $\int e^{-z^2/2}dz$ не выражается через элементарные функции. Таблица для интеграла Φ (x) = $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{x}e^{-z^2/2}dz,$ приведена в конце книги (см. приложение 2). В таблице даны значения функции Φ(x) для положительных значений x и для x = 0; для x < 0 пользуются той же таблицей [функция Φ (x) нечетна,т.е.

	Φ(—x) = — Φ(x)]. В таблице приведены значения интеграла лишь до x=5так как для x > 5 можно принять Φ(x) = 0,5. Функцию Φ(x) часто называют функцией Лапласа.
58	Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. **Ответ:** ***Случайной величиной*** называют величину, которая в результате испытания примет одно и только одно возможное значение, заранее не известное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены. Случайные величины обозначаются большими буквами *X, Y, Z,* а их возможные значения - соответствующими маленькими буквами *x, y, z.* Случайные величины подразделяются на ***дискретные*** и ***непрерывные.*** Дискретной называют случайную величину, которая принимает отдельные, изолированные возможные значения с определенными вероятностями. Непрерывной называют случайную величину, которая может принимать все значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка.
59	Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства. **Ответ:** Математическим ожиданием дискретной случайной величины называют сумму произведений всех ее возможных значений на их вероятности: $M(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$ Свойства математического ожидания $1.\ \mathrm{M(C)=C};$ $2.\ \mathrm{M(C\cdot X)=C\cdot M(X)};$ $3.\ \mathrm{M(X+Y)=M(X)+M(Y)}\ ;$ $4.\ \mathrm{M(X\cdot Y)=M(X)\cdot M(Y)},\text{если } X \text{ и } Y \text{ независимы.}$
60	Дисперсия дискретной случайной величины. Свойства дисперсии. **Ответ:** *Дисперсией* дискретной случайной величины называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания: $D(X) = M[X - M(X)]^2$ Свойства дисперсии: $1.\ \mathrm{D(C)=0};$ $2.\ \mathrm{D(C\cdot X)}=C^2\cdot D(X);$ 3. Если *X* и *Y* независимы, то $D(X\pm Y)=D(X)+D(Y)$ 4. $D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2$
61	Функция распределения вероятностей случайной величины и ее свойства. **Ответ:** *Функцией распределения* называют функцию *F*(*x*), определяющую вероятность того, что случайная величина *X* в результате испытания примет значение, меньшее *x*, т. е.$F(x)=P(X < x)$. Свойства функции распределения. 1) значения функции распределения принадлежат отрезку [0, 1]: $0 \le F(x) \le 1\,.$ 2) F(x) – неубывающая функция:

	$F(x_2) \ge F(x_1)$ при $x_2 \ge x_1$. 3) Вероятность того, что случайная величина примет значение, заключенное в интервале (*a, b*) , равна приращению функции распределения на этом интервале: $P(a \le X < b) = F(b) - F(a)$. 4) На минус бесконечности функция распределения равна нулю, на плюс бесконечности функция распределения равна единице: $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = 0,\ \lim\limits_{x\to+\infty} F(x) = 1.$
62	*Плотность распределения* вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства. **Ответ:** *Плотностью распределения* вероятностей непрерывной случайной величины *X* называют функцию *f* (*x*)— первую производную от функции распределения *F* (*x*)*:* $f(x) = F'(x)$. Свойства плотности распределения. 1) Плотность распределения – неотрицательная функция. $f(x) \ge 0$ 2) Несобственный интеграл от плотности распределения в пределах от - ∞ до +∞ равен единице. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$ 3)Зная плотность распределения *f*(*x*), можно найти функцию распределения *F* (*x*) по формуле $F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(x)dx.$ 4)Вероятность того, что непрерывная случайная величина X примет значение, принадлежащее интервалу (a, b), равна определенному интегралу от плотности распределения, взятому в пределах от a до b: $P(a<X<b) = \int\limits_{a}^{b} f(x)dx.$
63	Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. **Ответ:** Математическим ожиданием непрерывной случайной величины *X* называется число *M(X),* равное $M(X) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx,$ где *f(x)* – плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины *X.* Дисперсия *D(X)* непрерывной случайной величины определяется по формуле $D(X) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} [x - M(X)]^2 \cdot f(x)dx$. Для вычисления дисперсии можно пользоваться также формулой $D(X) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} [x - M(X)]^2 \cdot f(x)dx$.
64	Равномерное распределения **Ответ:** Случайная величина *X* распределена по равномерному закону, если ее плотность вероятности равна

	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & x\in[a,b],\\ 0, & x\notin[a,b].\end{cases}$ Функция распределения имеет вид $F(x)=P(X<x)=\begin{cases}0, & x\le a,\\ \frac{x-a}{b-a}, & a<x\le b,\\ 1, & x>b.\end{cases}$ Математическое ожидание равно: $M(X)=\frac{a+b}{2}$, Дисперсия равна: $D(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$.
65	Нормальное распределение **Ответ:** Случайная величина *X* распределена по нормальному закону, если ее плотность вероятности равна $f(x)=\frac{1}{\sigma\cdot\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\cdot\sigma^2}}$. Для нормального распределения *M(X)=a*; *D(X)=* σ^2. Вероятность того, что нормально распределенная случайная величина *X* примет значение из интервала от α до β: $P(\alpha<X<\beta)=\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right)$. Вероятность того, что отклонение случайной величины *X* от *математического ожидания* по модулю будет меньше ε. $P(\lvert X-a\rvert<\varepsilon)=2\cdot\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)$
66	Показательное распределение **Ответ:** Показательным называется распределение вероятностей непрерывной случайной величины X, которое описывается плотностью $f(x)=\begin{cases}0, & при \quad x<0\\ \lambda e^{-\lambda x}, & при \quad x\ge 0\end{cases}$ где λ - положительное число. Функция распределения имеет вид $F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x<0\\ 1-e^{-\lambda x} & при \quad x\ge 0\end{cases}$ Числовые характеристики: $M(X)=\frac{1}{\lambda};\quad D(X)=\frac{1}{\lambda^2};\quad \sigma_x=\frac{1}{\lambda}.$

67	Генеральная и выборочная совокупности. Повторная, бесповторная, репрезентативная выборки. **Ответ:** При исследовании большой совокупности однородных объектов - генеральной совокупности - как правило проводится обследование случайно отобранного из них ограниченного числа объектов - выборочной совокупности (выборки) . Объёмом совокупности называют число объектов, содержащееся в ней. Выборки могут различаться по способу их осуществления. Повторной называют такую выборку, при которой каждый выбранный объект возвращается в генеральную совокупность и может выбран повторно. Бесповторной называют такую выборку, при которой каждый выбранный объект в генеральную совокупность не возвращается. Если выборка правильно представляет пропорции генеральной совокупности, то она называется репрезентативной или представительной.
68	Статистическое распределение выборки **Ответ:** Пусть из генеральной совокупности извлечена выборка, причем x_1 наблюдалось n_1 раз, x_2 - n_2 раз, x_k- n_k раз и $\sum n_i = n$ - объем выборки. Наблюдаемые значения x_i - называют вариантами, а последовательность вариант, записанных в возрастающем порядке,- вариационным рядом. Числа наблюдений называют частотами, а их отношения к объему выборки n_i /n = W_i - относительными частотами. Статистическим распределением выборки называют перечень вариант и соответствующих им частот или относительных частот.
69	Выборочная средняя **Ответ:** Пусть для изучения генеральной совокупности относительно количественного признака X извлечена выборка объема n. Выборочной средней $\overline{x}_{\text{в}}$ называют среднее арифметическое значение признака выборочной совокупности. Если все значения x_1, x_2, …, x_n признака выборки объема n различны, то $$\overline{x}_{\text{в}} = (x_1 + x_2 + ... + x_n)/n$$ Если же значения признака x_1, x_2, …, x_k имеют соответственно частоты n_1, n_2, …, n_k, причем $n_1 + n_2 + … + n_k = n$, то $$\overline{x}_{\text{в}} = (n_1x_1 + n_2x_2 + ... + n_kx_k)/n\ ,$$ или $$\overline{x}_{\text{в}} = \left(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i\right)/n\ .$$
70	Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. **Ответ:** Несмещенной называют статистическую оценку Θ*, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру Θ при любом объеме выборки, т. е. $$M(\Theta^*) = \Theta.$$ Эффективной называют статистическую оценку, которая (при заданном объеме выборки n) имеет наименьшую возможную дисперсию. При рассмотрении выборок большого объема (n велико!) к статистическим оценкам предъявляется требование состоятельности. Состоятельной называют статистическую оценку, которая при n→∞ стремится по вероятности к оцениваемому параметру. Например, если дисперсия несмещенной оценки при n→∞ стремится к нулю, то такая оценка оказывается и состоятельной.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедуры оценивания в ходе изучения дисциплины знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций, регламентируются положениями:

- П ВГУИТ 2.4.03 Положение о курсовых экзаменах и зачетах;
- П ВГУИТ 4.1.02 Положение о рейтинговой оценке текущей успеваемости, а также методическими указаниями:

Теория вероятностей и математическая статистика [ЭИ]: задания самостоятельной работы обучающихся / Воронеж. гос. ун-т инж. технол.; сост. А. Д. Чернышов, Е. Н. Ковалева, С. Ф. Кузнецов, М. В. Половинкина, С.Н. Ощепкова, О.Ю. Никифорова – Воронеж : ВГУИТ, 2022. – 32 с. https://education.vsuet.ru/

Теория вероятностей и математическая статистика [ЭИ]: задания для практических занятий / Воронеж. гос. ун-т инж. технол.; сост. А. Д. Чернышов, Е. Н. Ковалева, С. Ф. Кузнецов, М. В. Половинкина, С.Н. Ощепкова, О.Ю. Никифорова – Воронеж : ВГУИТ, 2022. – 32 с. https://education.vsuet.ru/

Для оценки знаний, умений, навыков обучающихся по дисциплине применяется рейтинговая система. Итоговая оценка по дисциплине определяется на основании определения среднеарифметического значения баллов по каждому заданию.

5. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания для каждого результата обучения по дисциплине

Результаты обучения по этапам формирования компетенций	Предмет оценки (продукт или процесс)	Показатель оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций	Шкала оценивания	
				Академическая оценка или баллы	Уровень освоения компетенции
ОПК-2 Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач					
ЗНАТЬ	основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения профессиональных задач	Результаты тестирования	- даны правильные ответы менее чем на 59,99 % всех тестовых вопросов	Неудовлетворительно	Не освоена (недостаточный)
			- даны правильные ответы на 60-74,99% всех тестовых вопросов	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			- даны правильные ответы на 75-84,99% всех тестовых вопросов	Хорошо	Освоена (повышенный)
			- даны правильные ответы на 85-100% всех тестовых вопросов	Отлично	Освоена (повышенный)
		Собеседование Ответы на вопросы	Обучающийся обладает частичными и разрозненными знаниями, только некоторые из которых может связывать между собой	Неудовлетворительно	Не освоена (недостаточный)
			Обучающийся обладает минимальным набором знаний, необходимым для системного взгляда на изучаемый объект	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			Обучающийся обладает набором знаний, достаточным для системного взгляда на изучаемый объект	Хорошо	Освоена (повышенный)
			Обучающийся обладает системным взглядом на изучаемый объект	Отлично	Освоена (повышенный)
УМЕТЬ	применять математические методы при решении профессиональных задач	Решение типовых задач на практических занятиях	Обучающийся не владеет умениями выполнения заданий; не демонстрирует умений, предусмотренных планируемыми результатами обучения	Неудовлетворительно	Не освоена / недостаточный
			Обучающийся испытывает затруднения при выполнении заданий по алгоритму; демонстрирует минимальный набор умений, предусмотренных планируемыми результатами обучения	Удовлетворительно	Освоена / базовый
			Обучающийся выполняет задания с использованием алгоритма решения, при выполнении допускает незначительные ошибки и неточности, формулирует выводы; демонстрирует умения, предусмотренные планируемыми результатами обучения	Хорошо	Освоена / повышенный

			Обучающийся выполняет задания, формируя алгоритм решения, при выполнении не допускает ошибок и неточностей, формулирует выводы; демонстрирует умения, предусмотренные планируемыми результатами обучения	Отлично	Освоена / повышенный
ВЛАДЕТЬ	навыками применения стандартных математических методов при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных	Контрольная работа	Обучающийся не владеет навыками выполнения заданий; не демонстрирует навыков, предусмотренных планируемыми результатами обучения	Неудовлетворительно	Не освоена / недостаточный
			Обучающийся испытывает затруднения при выполнении заданий по алгоритму; демонстрирует минимальный набор навыков, предусмотренных планируемыми результатами обучения	Удовлетворительно	Освоена / базовый
			Обучающийся выполняет задания с использованием алгоритма решения, при выполнении допускает незначительные ошибки и неточности, формулирует выводы; демонстрирует навыки, предусмотренные планируемыми результатами обучения	Хорошо	Освоена / повышенный
			Обучающийся выполняет задания, формируя алгоритм решения, при выполнении не допускает ошибок и неточностей, формулирует выводы; демонстрирует навыки, предусмотренные планируемыми результатами обучения	Отлично	Освоена / повышенный