МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНЖЕНЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 00854147D9DB094CC9BCA23534D24EC1A8
Владелец: Василенко Виталий Николаевич
Действителен: с 26.09.2023 до 19.12.2024

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по учебной работе

____________ Василенко В.Н.
(подпись) (Ф.И.О.)

«30» мая 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

(наименование дисциплины)

Направление подготовки

38.03.01 Экономика
(код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

Технологии бухгалтерского учета и отчетности
(наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация выпускника
бакалавр
(Бакалавр/Специалист/Магистр/Исследователь. Преподаватель-исследователь)

Воронеж

1. Цели и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины (модуля) является формирование компетенций обучающегося в области профессиональной деятельности и сфере профессиональной деятельности:

01 Образование и наука (в сферах: общего, среднего профессионального, дополнительного профессионального образования; научных исследований),

08 Финансы и экономика (в сфере исследований, анализа и прогнозирования социально-экономических процессов и явлений на микро- и макро- уровне в экспертно-аналитических службах (центрах экономического анализа, правительственном секторе, общественных организациях); в сфере производства продукции и услуг, включая анализ спроса на продукцию и услуги и оценку их текущего и перспективного предложения, продвижение продукции и услуг на рынок, планирование и обслуживание финансовых потоков, связанных с производственной деятельностью; в сферах кредитования, страхования, включая пенсионное и социальное, операций на финансовых рынках; в сферах внутреннего и внешнего финансового контроля и аудита, финансового консультирования, управления рисками; в сфере консалтинга).

Дисциплина направлена на решение задач профессиональной деятельности следующих типов:

аналитический;
организационно-управленческий;
педагогический;
финансовый;
расчётно-экономический.

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (Приказ Министерства науки и высшего образования РФ от 12 августа 2020 г. N 954 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 38.03.01 Экономика")

2. Перечень планируемых результатов обучения, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

№ п/п	Код компетенции	Формулировка компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
1	**ОПК-2**	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ИД1$_{ОПК-2}$ – Применяет стандартные математические методы при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (показатели оценивания)
ИД1$_{ОПК-2}$ – Применяет стандартные математические методы при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных	**Знает:** основные понятия и методы дифференциального и интегрального исчислений функций нескольких переменных, дифференциальных уравнений, рядов, необходимые для решения профессиональных задач
	Умеет: применять математические методы при решении профессиональных задач
	Владеет: навыками применения стандартных математических методов при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных

3. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП ВО

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 ООП. Дисциплина является обязательной к изучению.

Изучение дисциплины основано на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении обучающимися дисциплины Математика.

Дисциплина является предшествующей для изучения дисциплин: Статистика, Эконометрика, Основы цифровой экономики и цифровые бизнес-платформы, Информационное обеспечение финансово-хозяйственной деятельности, Учебная практика, ознакомительная практика, Учебная практика, научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы), Производственная практика, преддипломная практика, подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет _6_ зачетных единиц.

Виды учебной работы	**Всего академических часов**	**Распределение трудоемкости по семестрам, ак.ч**
		2 семестр
Общая трудоемкость дисциплины (модуля)	**216**	**216**
Контактная работа в т. ч. аудиторные занятия:	**91,9**	**91,9**
Лекции	36	36
в том числе в форме практической подготовки	-	-
Практические занятия	54	54
в том числе в форме практической подготовки	-	-
Консультации текущие	1,8	1,8
Вид аттестации (зачет)	0,1	0,1
Самостоятельная работа:	**124,1**	**124,1**
Проработка материалов по лекциям, учебникам, учебным пособиям	76,1	76,1
Подготовка к практическим занятиям	14	14
Подготовка к аудиторной контрольной работе	10	10
Подготовка к выполнению тестовых заданий	24	24

5 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1 Содержание разделов дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела *(указываются темы и дидактические единицы)*	Трудоемкость раздела, ак.ч

1	Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных	Понятие функции многих переменных. Геометрическое истолкование функции двух переменных. Частные производные, определение, геометрический смысл. Производная по направлению. Градиент. Экстремум функции нескольких переменных. Кратные интегралы. Определение, свойства. Вычисление в декартовой системе координат. Замена переменной в кратных интегралах. Приложения кратных интегралов. *Математические методы решения профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных.*	81
2	Дифференциальные уравнения	Комплексные числа. Комплексное число в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Операции над комплексными числами. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения и уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Однородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод вариации произвольных постоянных. *Математические методы решения профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных.*	71
3	Ряды	Числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Степенные ряды, теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Применение рядов в приближенных вычислениях. *Математические методы решения профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных.*	62,1
	Консультации текущие		1,8
	Зачет		0,1

5.2 Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции, ак. ч	Практические занятия, ак. ч	СРО, ак. ч
1	Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных	16	24	41
2	Дифференциальные уравнения	12	18	41
3	Ряды	8	12	42,1
	Консультации текущие	1,8		
	Зачет	0,1		

5.2.1 Лекции

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тематика лекционных занятий	Трудоемкость, ак. ч
1	Дифференциальное и интегральное исчисление функции	Понятие функции многих переменных. Геометрическое истолкование функции двух переменных. Частные производные, определение, геометрический смысл.	2

	нескольких пере-менных	Производная по направлению. Градиент.	2
		Экстремум функции нескольких переменных.	2
		Кратные интегралы. Определение, свойства. Вычисление в декартовой системе координат.	2
		Замена переменной в кратных интегралах.	4
		Приложения кратных интегралов. Математические методы решения профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных.	4
2	Дифференци-альные урав-нения	Комплексные числа. Комплексное число в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Операции над комплексными числами.	2
		Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.	2
		Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения и уравнения Бернулли.	2
		Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.	2
		Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Однородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	2
		Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод вариации произвольных постоянных. Математические методы решения профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных.	2
3	Ряды	Числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Призна-ки сходимости.	2
		Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.	2
		Функциональные ряды. Степенные ряды, теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенных рядов.	2
		Разложение функций в степенные ряды. Применение рядов в приближенных вычислениях. Математические методы решения профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных.	2

5.2.2 Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, ак. ч
1	Дифференци-альное и инте-гральное исчис-ление функции нескольких пе-ременных	Понятие функции многих переменных. Геометрическое истолкование функции двух переменных. Частные производные, определение, геометрический смысл.	2
		Производная по направлению. Градиент.	4
		Экстремум функции нескольких переменных.	4
		Кратные интегралы. Определение, свойства. Вычисление в декартовой системе координат.	4
		Замена переменной в кратных интегралах.	6
		Приложения кратных интегралов. Математические методы решения профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных.	4
2	Дифференциаль ные уравнения	Комплексные числа. Комплексное число в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Операции над комплексными числами.	2

		Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.	2
		Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения и уравнения Бернулли.	4
		Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.	4
		Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Однородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	2
		Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод вариации произвольных постоянных. Математические методы решения профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных.	4
3	Ряды	Числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости.	4
		Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.	2
		Функциональные ряды. Степенные ряды, теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенных рядов.	4
		Разложение функций в степенные ряды. Применение рядов в приближенных вычислениях. Математические методы решения профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных.	2

5.2.3 Лабораторный практикум - *не предусмотрен*

5.2.4 Самостоятельная работа обучающихся

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид СРО	Трудоемкость, ак. ч
1	Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных	Подготовка к выполнению тестовых заданий	8
		Подготовка к аудиторной контрольной работе	8
		Проработка материалов по лекциям, учебникам, учебным пособиям	25
2	Дифференциальные уравнения	Подготовка к выполнению тестовых заданий	8
		Подготовка к аудиторной контрольной работе	8
		Проработка материалов по лекциям, учебникам, учебным пособиям	25
3	Ряды	Подготовка к выполнению тестовых заданий	8
		Подготовка к аудиторной контрольной работе	8
		Проработка материалов по лекциям, учебникам, учебным пособиям	26,1

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Для освоения дисциплины обучающийся может использовать:

6.1 Основная литература

1. Кремер, Н. Ш. Математический анализ : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; ответственный редактор Н. Ш. Кремер. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 593 с. https://urait.ru/bcode/544892

2. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 492 с.: https://e.lanbook.com/book/295943

6.2 Дополнительная литература

1. Горлач, Б. А. Математический анализ / Б. А. Горлач. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 604 с. https://e.lanbook.com/book/367505
2. Апарина, Л. В. Числовые и функциональные ряды: учебное пособие. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. –УМО — 160 с. https://e.lanbook.com/book/210908
3. Антонова, И. В. Кратные и криволинейные интегралы. Математический анализ : учебно-методическое пособие. — Москва : РТУ МИРЭА, 2022. — 46 с. https://e.lanbook.com/book/256646
4. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б. П. Демидович. — 25-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 624 с. https://e.lanbook.com/book/332675
5. Шипачев, В. С. Дифференциальное и интегральное исчисление : учебник и практикум для вузов / В. С. Шипачев. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 212 с. https://urait.ru/bcode/538769

6.3 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся

1. Берман, Г. Н. Решебник к сборнику задач по курсу математического анализа: учебное пособие / Г. Н. Берман. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 608 с. https://e.lanbook.com/book/210572.
2. Начала математического анализа. Дифференциальное исчисление: практикум: учебное пособие / Д. С. Сайко [и др.]. - Воронеж, 2021. - 91 с. http://biblos.vsuet.ru/ProtectedView/Book/ViewBook/2445
3. Запорожец, Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу : учебное пособие / Г. И. Запорожец. — 8-е изд.,стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 464 с. https://e.lanbook.com/book/210752

6.4 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
Научная электронная библиотека	*http://www.elibrary.ru/defaulttx.asp?*
Образовательная платформа «Юрайт»	*https://urait.ru/*
ЭБС «Лань»	*https://e.lanbook.com/*
АИБС «МегаПро»	*https://biblos.vsuet.ru/MegaPro/Web*
Сайт Министерства науки и высшего образования РФ	*http://minobrnauki.gow.ru*
Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «ВГУИТ	*http://education.vsuet.ru*

6.5 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При изучении дисциплины используется программное обеспечение и информационные справочные системы: информационная среда для дистанционного обучения СЭО «3KL», автоматизированная информационная база «Интернет-тренажеры», «Интернет-экзамен».

При освоении дисциплины используется лицензионное и открытое программное обеспечение – *Windows, ОС ALT Linux.*

7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения (мультимедийными проекторами, настенными экранами, интерактивными досками, ноутбуками, досками, рабочими местами по количеству обучающихся, рабочим местом преподавателя) – ауд. 401, 225, 231 или иные в соответствии с расписанием.

Допускается использование других аудиторий в соответствии с расписанием учебных занятий и оснащенных соответствующим материально-техническим обеспечением, в соответствии с требованиями, предъявляемыми образовательным стандартом.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа к базам данных и электронной информационно-образовательной среде ФГБОУ ВО «ВГУИТ» – ресурсный центр ВГУИТ.

8 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Оценочные материалы (ОМ) для дисциплины (модуля) включают в себя:

- перечень компетенций с указанием индикаторов достижения компетенций, этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.

ОМ представляются отдельным комплектом и входят в состав рабочей программы дисциплины (модуля) в виде приложения.

Оценочные материалы формируются в соответствии с П ВГУИТ «Положение об оценочных материалах».

ПРИЛОЖЕНИЕ
к рабочей программе

1. Организационно-методические данные дисциплины для очно-заочной форм обучения

Объемы различных форм учебной работы и виды контроля в соответствии с учебным планом (очно-заочная форма)

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет _6_ зачетных единиц

Виды учебной работы	**Всего академических часов**	**Распределение трудоемкости по семестрам, ч**
		2 семестр
Общая трудоемкость дисциплины (модуля)	**216**	**216**
Контактная работа в т. ч. аудиторные занятия:	**30,7**	**30,7**
Лекции	12	12
в том числе в форме практической подготовки	-	-
Практические занятия	18	18
в том числе в форме практической подготовки	-	-
Консультации текущие	0,6	0,6
Вид аттестации (зачет)	0,1	0,1
Самостоятельная работа:	**185,3**	**185,3**
Проработка материалов по лекциям, учебникам, учебным пособиям	125,3	125,3
Подготовка к практическим занятиям	18	18
Подготовка к аудиторной контрольной работе	12	12
Подготовка к выполнению тестовых заданий	30	30

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

по дисциплине

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования

№ п/п	Код компетенции	Формулировка компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
1	**ОПК-2**	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ИД1$_{\text{ОПК-2}}$ – применяет стандартные математические методы при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (показатели оценивания)
ИД1$_{\text{ОПК-2}}$ – применяет стандартные математические методы при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных	Знает: основные понятия и методы дифференциального и интегрального исчисления функции нескольких переменных, необходимые для решения профессиональных задач
	Умеет: применять математические методы при решении профессиональных задач
	Владеет: навыками применения стандартных математических методов при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных

2 Паспорт оценочных материалов по дисциплине

№ п/п	Разделы дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или ее части)	Оценочные средства		Технология/процедура оценивания (способ контроля)
			наименование	№№ заданий	
1	Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных	ОПК -2	Банк тестовых заданий	1-7, 26, 31-34	Компьютерное тестирование (процентная шкала)
			Собеседование (вопросы для зачета)	41-55	Проверка преподавателем (оценка в системе «зачтено-не зачтено»)
			Задачи для практических занятий		Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Контрольная работа		Проверка преподавателем (уровневая шкала)
2	Дифференциальные уравнения	ОПК -2	Банк тестовых заданий	8-12, 16-18, 23-24, 27-28, 36-40	Компьютерное тестирование (процентная шкала)
			Собеседование (вопросы для зачета)	56-60	Проверка преподавателем (оценка в системе «зачтено-не зачтено»)
			Задачи для практических занятий		Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Контрольная работа		Проверка преподавателем (уровневая шкала)
3	Ряды	ОПК-2	Банк тестовых заданий	13-15, 19-20, 25, 29-30, 35	Компьютерное тестирование (процентная шкала)
			Собеседование (вопросы для зачета)	61-70	Проверка преподавателем (оценка в системе «зачтено-не зачтено»)
			Задачи для практических занятий		Проверка преподавателем (уровневая шкала)
			Контрольная работа		Проверка преподавателем (уровневая шкала)

3 Оценочные материалы для промежуточной аттестации
Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Аттестация обучающегося по дисциплине проводится в форме тестирования и предусматривает возможность последующего собеседования (зачета, экзамена).

3.1 Банк тестовых заданий

ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач

№ задания	Тестовое задание
	Выбрать один ответ
1	Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = x^2 y - y^2$ равна: **1)** $2xy$ 2) $x^2y - 2y$ 3) $2x$ 4) $-2y$
2	Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = \cos(xy)$ равна 1) - sin (xy) 2) -x sin (xy) **3)** - y sin (xy) 4) y sin (xy)
3	Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = x \ln y$ равна 1) $\frac{1}{y}$ **2)** $\frac{x}{y}$ 3) $\ln y$ 4) 0
4	Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \frac{y^2}{x}$ равна: 1) $-\frac{2}{x}$ **2)** $\frac{2}{x}$ 3) $\frac{2y}{x^2}$ 4) $\frac{1}{x}$
5	Градиент функции $z = x^2 + 5y^2 + 6$ в точке M(1; -2) равен: **1)** $grad z = \{2, -20\}$ 2) $grad z = \{2, -2\}$ 3) $grad z = \{1, -20\}$ 4) $grad z = \{1, 0\}$
6	Повторный интеграл $\int_0^1 dx \int_0^x xdy$ равен: 1) 1/6 **2)** 1/3 3) 1/2 4) 1
7	Повторный интеграл $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} ydy$ равен: 1) 1/3 2) 1/6 **3)** 1/4 4) 1/2
8	Общее решение дифференциального уравнения $x^2 y' = x - 1$ имеет вид 1) $\ln x - \frac{1}{x} + C$ **2)** $\ln x + \frac{1}{x} + C$ 3) $C - \ln x - \frac{1}{x}$ 4) $C + \ln x - \frac{1}{x}$

9	Общее решение дифференциального уравнения $yy' = e^x + 1$ имеет вид **1)** $y^2 = 2e^x + 2x + C$ 2) $y^2 = e^x + x + C$ 3) $y^2 = 2e^x + x + C$ 4) $y^2 = e^x + 2x + C$
10	Общее решение дифференциального уравнения $y'' = -1/x^2$ имеет вид 1) $C_1x + x + C_2$ 2) $C_1/x + C_2$ **3)** $C_1x + C_2 + \ln x$ 4) $C_1x + x^2 + C_2$
11	Общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = 0$ имеет вид **1)** $C_1e^{-x} + C_2xe^{-x}$ 2) $C_1e^{x} + C_2e^{-x}$ 3) $C_1e^{-x} + C_2e^{-x}$ 4) $C_1e^{x} + C_2$
12	Общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' - 3y = 0$ имеет вид **1)** $C_1e^{-3x} + C_2e^{x}$ 2) $C_1e^{-x} + C_2e^{3x}$ 3) $C_1e^{x} + C_2e^{3x}$ 4) $C_1e^{-x} + C_2e^{-3x}$
13	Исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{6^n}$ с помощью признака Даламбера. Пусть $l = \lim_{n\to\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n}$. Выберите верное утверждение: 1) $l = 6$, ряд расходится 2) $l = \frac{1}{6}$, ряд расходится **3)** $l = \frac{1}{6}$, ряд сходится 4) $l = \frac{1}{3}$ ряд сходится
14	Исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{6n+n^2}\right)^n$ с помощью радикального признака Коши. Пусть $l = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n}$. Выберите верное утверждение: **1)** $l = 2$, ряд расходится 2) $l = \frac{1}{3}$, ряд расходится 3) $l = \frac{1}{6}$, ряд сходится 4) $l = \frac{1}{3}$ ряд сходится
15	Ряд Тейлора $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$ функции $y = f(x)$ при $x_0 = 0$ называется рядом 1) Абеля **2)** Маклорена 3) Лейбница 4) Коши
	Выбрать несколько ответов
16	Из данных дифференциальных уравнений уравнениями с разделяющимися переменными являются… Выберите несколько ответов. 1) $y' + y\sin x = xe^{\cos x}$ **2)** $xy' = y\ln^5 x$ **3)** $x^2y' + 4y' = xy$

<table>
<tr><td></td><td>4) $y' - \frac{2y}{x} = y^2$</td></tr>
<tr><td>17</td><td>Из данных дифференциальных уравнений однородными являются… Выберите несколько ответов.
1) $(x+5)y' = \cos^2 y$
<u>2)</u> $xy' = y + x5^{\frac{y}{x}}$
3) $y' - 3x^2 y = e^{x^3} 3^x$
<u>4)</u> $x^2 y' - xy - 2y^2 = 0$</td></tr>
<tr><td>18</td><td>Дано линейное однородное дифференциальное уравнение $y'' - 3y' - 10y = 0$. Корни его характеристического уравнения равны…
1) 2   2) -5   <u>3) -2</u>   <u>4) 5</u></td></tr>
<tr><td>19</td><td>Среди приведенных рядов сходятся… Выберите несколько ответов.
1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ <u>3)</u> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ <u>4)</u> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$</td></tr>
<tr><td>20</td><td>Среди приведенных рядов сходятся… Выберите несколько ответов.
<u>1)</u> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{7^n}$ <u>2)</u> $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{6n+5}\right)^n$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4n+5}$</td></tr>
<tr><td></td><td>Расположение в правильном порядке</td></tr>
<tr><td>21</td><td>Расположите дифференциальные уравнения по возрастанию порядка
1) $x^5 y'' - y'' = 5x^4 y'$ 2) $xy' - y = 3xy^3$ 3) $xy - 3y'' = xy'''$
Ответ: 3); 2); 1)</td></tr>
<tr><td>22</td><td>Расположите степенные ряды по возрастанию их радиусов сходимости
1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2+1}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n n!}{2^n}$
Ответ: 4); 2); 3); 1)</td></tr>
<tr><td></td><td>Вопросы на сопоставление</td></tr>
<tr><td>23</td><td>Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их типами
<table>
<tr><td>1</td><td>$y' - 2xy = e^{x^2} \sin x$</td><td>А</td><td>уравнение с разделяющимися переменными</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$y' - \frac{y}{x} = y^2$</td><td>Б</td><td>однородное уранение</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$y' = 5^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$</td><td>В</td><td>линейное уравнение</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$y' = y^2 \cos x$</td><td>Г</td><td>Уравнение Берну л</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

	Ответ: 1-В; 2-Г; 3-А; 4-Б
24	Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их общими решениями 1 $y''+y=0$ — А $y=C_1e^x+C_2e^{-x}$ 2 $y''+y'=0$ — Б $y=C_1+C_2e^x$ 3 $y''-y=0$ — В $y=C_1\cos x+C_2\sin x$ 4 $y''-y'=0$ — Г $y=C_1+C_2e^{-x}$ **Ответ: 1-В; 2-Г; 3-А; 4-Б**
25	Установите соответствие между рядами и признаками сходимости, которые нужно применить для их исследования 1 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$ — А интегральный признак 2 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^2+1}{7n^2+3}\right)^n$ — Б признак сравнения 3 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)\ln^3(n+1)}$ — В признак Даламбера 4 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^5+2n^3+3}}$ — Г радикальный признак **Ответ: 1-В; 2-Г; 3-А; 4-Б**
	Вставить пропущенное слово или число
26	_____________ функции *u = f (x, y, z)* - вектор, координатами которого в каждой точке некоторой области являются частные производные этой функции. Ответ введите словом (существительное с большой буквы в именительном падеже). **Ответ: Градиент**
27	_____________ дифференциальное уравнение первого порядка имеет вид: $$\frac{dy}{dx}+p(x)y=f(x).$$ Ответ введите словом (прилагательное с большой буквы в именительном падеже). **Ответ: Линейное**
28	_____________ дифференциальное уравнение первого порядка имеет вид: $$\frac{dy}{dx}=f\left(\frac{y}{x}\right).$$ Ответ введите словом (прилагательное с большой буквы в именительном падеже). **Ответ: Однородное**

29	Если числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится, то $\lim_{n\to\infty} u_n =$ _______. Ответ введите числом. Ответ: **___0____**
30	Если α > 1, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ ____________ . Ответ введите словом (глагол в настоящем времени). **Ответ: сходится**
	Задачи на 1-2 действия
31	Найти частную производную функции $z = 5x^2 y - y^3 + 7$ по переменной х при $x = 4, y = 5$. Ответ введите числом. **Решение:** 1) $\frac{\partial z}{\partial x} = (5x^2 y - y^3 + 7)'_x = 10xy$ 1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{(4,5)} = 10\cdot 4\cdot 5 = 200$ Ответ: **__200___**
32	Найти частную производную функции $z = 5x^2 y - y^3 + 7$ по переменной у при $x = 4, y = 5$. Ответ введите числом. **Решение:** 1) $\frac{\partial z}{\partial y} = (5x^2 y - y^3 + 7)'_y = 5x^2 - 3y^2$ 1) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{(4,5)} == 5\cdot 4^2 - 3\cdot 5^2 = 80 - 75 = 5$ Ответ: **__5___**
33	Вычислить повторный интеграл $\int_0^2 dx \int_0^1 3x^3 y^2 dy$ Решение $\int_0^2 dx \int_0^1 3x^3 y^2 dy = \int_0^2 3x^3 \left.\frac{y^3}{3}\right\|_0^1 dx = \int_0^2 x^3 dx = \left.\frac{x^4}{4}\right\|_0^2 = 4$ Ответ: **__2___**
34	Вычислить повторный интеграл $\int_0^1 dx \int_0^x 24x^3 y dy$ Решение $\int_0^1 dx \int_0^x 24x^3 y dy = \int_0^1 24x^3 \left.\frac{y^2}{2}\right\|_0^x dx = \int_0^1 12x^5 dx = 12\left.\frac{x^6}{6}\right\|_0^1 = 2$ Ответ: **__2___**

<table>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>35</td><td>Найти радиус сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{(n+1)^2\cdot 2^n}.$$

Решение:

Решение

$$a_n=\frac{1}{(n+1)^2\cdot 2^n};\quad a_{n+1}=\frac{1}{(n+2)^2\cdot 2^{n+1}};$$

$$R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+2)^2\cdot 2^{n+1}}{(n+1)^2\cdot 2^n}=2\lim_{n\to\infty}\frac{(n+2)^2}{(n+1)^2}=2.$$

Ответт: __**2**___</td></tr>
<tr><td></td><td>Кейс- задания</td></tr>
<tr><td>36</td><td>Динамика дохода *y(t)* некоторой отрасли описывается дифференциальным уравнением $y'=2t^2+\frac{y}{t}$ с начальным условием *y(1)=3,* где *t* – время в годах. Найдите:

1) величину дохода за первые два года,

2) считая, что началом отсчета является 1 января 2018 года, найти прирост дохода за 2022 год. В ответе введите два числа, разделенные пробелом.

Решение:

Математическая модель для нахождения зависимости *y(t)* дохода от времени *t* представляет собой задачу Коши и имеет вид:

$$\begin{cases} y'=2t^2+\dfrac{y}{t} \\ y(1)=3 \end{cases}$$

Решая задачу Коши, найдем зависимость *y(t)* дохода от времени *t*: $y(t)=t^3+2t$.

Величина дохода за первые два года: $y(2)=2^3+2\cdot 2=12$

Прирост дохода за 2022 год (пятый год с начала отсчета)

$$y(5)-y(4)=5^3+2\cdot 5-(4^3+2\cdot 4)=125+10-64-8=63$$

Ответ: 12 63.</td></tr>
<tr><td>37</td><td>Предприятие внедряет новую технологию производства, при которой объем продукции *y(t)* удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'=\frac{y}{2(t+1)}$, с начальным условием *y(0)=1,*

где *t* – время в неделях. Найдите:

1) объем продукции за первые три недели

2) выручку от реализации продукции предприятия за первые восемь недель, если стоимость единицы продукции постоянна и равна 25 у.е. В ответе введите два числа, разделенные пробелом.

Решение:

Математическая модель для нахождения зависимости *y(t)* объема продукции от времени *t* имеет вид:</td></tr>
</table>

	$\begin{cases} y' = \dfrac{y}{2(t+1)} \\ y(0) = 1 \end{cases}$ Решая задачу Коши, найдем зависимость *y(t)* объема продукции от времени *t*: $y(t) = \sqrt{t+1}$. Объем продукции за первые 3 недели: $y(3) = \sqrt{3+1} = 2$ Выручку от реализации продукции предприятия за первые восемь недель, $25 \cdot y(8) = 25\sqrt{8+1} = 75$ Ответ: 2 75.
38	Динамика дохода *y(t)* некоторой отрасли описывается дифференциальным уравнением $y' = t^2 + \dfrac{2y}{t}$ с начальным условием *y(1)=4,* где *t* – время в годах. Найдите: 1) величину дохода за первые два года, 2) считая, что началом отсчета является 1 января 2019 года, найти прирост дохода за 2022 год. В ответе введите два числа, разделенные пробелом. Решение: Математическая модель для нахождения зависимости *y(t)* дохода от времени *t* представляет собой задачу Коши и имеет вид: $\begin{cases} y' = 3t^2 + \dfrac{2y}{t} \\ y(1) = 4 \end{cases}$ Решая задачу Коши, найдем зависимость *y(t)* дохода от времени *t*: $y(t) = 3t^3 + t^2$. Величина дохода за первые два года: $y(2) = 3 \cdot 2^3 + 2^2 = 28$ Прирост дохода за 2022 год (четвертый год с начала отсчета) $y(4) - y(3) = 3 \cdot 4^3 + 4^2 - (3 \cdot 3^3 + 3^2) = 118$ Ответ: 28 118.
39	Предприятие внедряет новую технологию производства, при которой объем продукции *y(t)* удовлетворяет дифференциальному уравнению $y' = \dfrac{2y}{t+1}$, с начальным условием *y(0)=1,* где *t* – время в неделях. Найдите: 1) объем продукции за первую неделю, 2) выручку от реализации продукции предприятия за первые три недели, если стоимость единицы продукции постоянна и равна 15 у.е. В ответе введите два числа, разделенные пробелом. Решение: Математическая модель для нахождения зависимости *y(t)* объема продукции от времени *t* представляет собой задачу Коши и имеет вид: $\begin{cases} y' = \dfrac{2y}{t+1} \\ y(0) = 1 \end{cases}$ Решая задачу Коши, найдем зависимость *y(t)* объема продукции от времени *t*: $y(t) = (t+1)^2$. Объем продукции за первую неделю: $y(1) = (1+1)^2 = 4$ Выручку от реализации продукции предприятия за первые восемь недель,

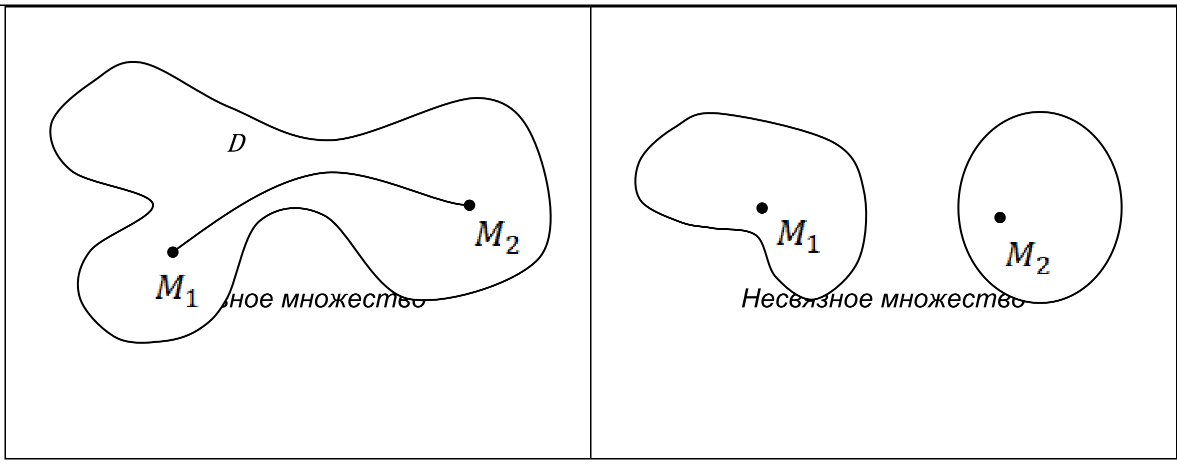
	$15 \cdot y(3) = 15 \cdot (3+1)^2 = 240$ Ответ: 4 240.
40	Динамика дохода *y(t)* некоторой отрасли описывается дифференциальным уравнением $y' = t^2 + \frac{2y}{t}$ с начальным условием *y(1)=3,* где *t* – время в годах. Найдите: 1) величину дохода за первые два года, 2) считая, что началом отсчета является 1 января 2018 года, найти прирост дохода за 2022 год. В ответе введите два числа, разделенные пробелом. Решение: Математическая модель для нахождения зависимости *y(t)* дохода от времени *t* представляет собой задачу Коши и имеет вид: $\begin{cases} y' = t^2 + \frac{2y}{t} \\ y(1) = 3 \end{cases}$ Решая задачу Коши, найдем зависимость *y(t)* дохода от времени *t*: $y(t) = t^3 + 2t^2$. Величина дохода за первые два года: $y(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 = 16$ Прирост дохода за 2022 год (пятый год с начала отсчета) $y(5) - y(4) = 5^3 + 2 \cdot 5^2 - (4^3 + 2 \cdot 4^2) = 125 + 50 - 64 - 32 = 79$ Ответ: 16 79.

3.2. Вопросы для зачета

ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач

Номер задания	Формулировка вопроса
41	Определение функции двух переменных. Область определения, график функции двух переменных, линии уровня. **Ответ:** Если каждой паре (x, y) значений двух не зависящих друг от друга переменных x и y из некоторой области их изменения D по некоторому правилу ставится в соответствие единственное значение переменной z, то говорят, что задана функция двух переменных $z = f(x, y)$.Область D называется областью определения функции двух переменных. График функции двух переменных $z = f(x, y)$ представляет собой поверхность в трехмерном пространстве. Для изучения поведения функции строят так называемые линии уровня, т. е. сечения поверхности $z = f(x, y)$ плоскостями z = C при различных значениях C.
42	Определение окрестности точки $M(x_0, y_0)$. **Ответ:**

	ОПРЕДЕЛЕНИЕ . Пусть $M_0(x_0, y_0)$ – произвольная точка плоскости. *Окрестностью* (или ε *-окрестностью*) точки $M(x_0, y_0)$ называется множество точек плоскости, координаты которых связаны неравенством $$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2<\varepsilon^2.$$ Другими словами, окрестностью точки $M(x_0, y_0)$ на плоскости будем называть круг с центром в этой точке радиуса ε, не включающий окружность.
43	Определение внутренней и граничной точек множества на плоскости**.** Определение границы множества. **Ответ:** **ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1**. Точка M называется *внутренней точкой* множества D, если существует окрестность этой точки, целиком лежащая в D. То есть внутренние точки области принадлежат ей вместе с некоторой достаточно малой своей окрестностью. **ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2**. Если любая окрестность точки M содержит как точки множества D, так и точки, не принадлежащие D, то M называется *граничной точкой* множества D. **ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3**. Совокупность всех граничных точек множества D называется ее *границей*.
44	Определения открытого, замкнутого и ограниченного множеств. **Ответ:** **ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1**. Множество на плоскости, состоящее из одних внутренних точек, называется *открытым.* **ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2**. Если к множеству относятся и все точки границы, то оно называется *замкнутым*. **ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3**. Множество на плоскости, называется *ограниченным*, если существует круг, целиком содержащий эту область. Множество $D \subset \mathbb{R}^2$ называется связным, если любые две точки множества M_1, M_2 можно соединить непрерывной кривой.
45	Определения связного множества и области. **Ответ:** **ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1**. Множество на плоскости называется связным, если любые две точки множества M_1, M_2 можно соединить непрерывной кривой.

	 В параметрическом виде непрерывная кривая на плоскости задаётся с помощью двух непре-рывных функций $\varphi(t), \psi(t)$: $\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}, \quad t \in [\alpha, \beta]$. **ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2.** Открытое связное множество называется областью.
46	Определение предела функции двух переменных. **Ответ:** **Определение.** Число A называется пределом функции $z = f(x, y)$ при $x \to x_0,\ y \to y_0$ (или в точке $M_0(x_0, y_0)$), если для любого сколь угодно малого положительного числа $\varepsilon > 0$ существует $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ (зависящее от ε) такое, что для всех $x \neq x_0,\ y \neq y_0$ и удовлетворяющих неравенству $\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} < \delta$ выполняется неравенство $\lvert f(x, y) - A \rvert < \varepsilon$. Обозначается предел следующим образом: $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ y \to y_0}} f(x, y) = A$ или $\lim\limits_{M \to M_0} f(x, y) = A$.
47	Непрерывность функции двух переменных **Ответ:** Функция $z = f(x, y)$ называется непрерывной в точке $M_0(x_0, y_0)$, если: 1) $f(x, y)$ определена в точке $M_0(x_0, y_0)$ и ее окрестности; 2) имеет конечный предел $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ y \to y_0}} f(x, y)$; 3) этот предел равен значению функции в точке $M_0(x_0, y_0)$, т.е.

	$\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0}} f(x,y)=f(x_0,y_0)$. Функция $z=f(x,y)$ называется непрерывной в некоторой области, если она непрерывна в каждой точке этой области.
48	Частные производные первого порядка. **Ответ:** Пусть задана функция двух переменных $z=f(x,y)$. Дадим аргументу x приращение Δx, а аргумент y оставим неизменным. Тогда функция z получит приращение $f(x+\Delta x,y)-f(x,y)$, которое называется частным приращением z по переменной x и обозначается $\Delta_x z$: $$\Delta_x z=f(x+\Delta x,y)-f(x,y).$$ Аналогично, фиксируя аргумент x и придавая аргументу y прираще-ние Δy, получим частное приращение функции z по переменной y: $$\Delta_y z=f(x,y+\Delta y)-f(x,y).$$ Частной производной функции двух переменных по одной из этих переменных называется предел отношения соответствующего частного приращения функции к приращению данной переменной, когда последнее стремится к нулю (если этот предел существует). Обозначается частная производная следующим образом: $z'_x,\ z'_y$ или $\frac{\partial z}{\partial x},\ \frac{\partial z}{\partial y}$, или $f'_x(x,y),\ f'_y(x,y)$. Таким образом, по определению имеем: $$z'_x=\frac{\partial z}{\partial x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta_x z}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x,y)-f(x,y)}{\Delta x},$$ $$z'_y=\frac{\partial z}{\partial y}=\lim_{\Delta y\to 0}\frac{\Delta_y z}{\Delta y}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x,y+\Delta y)-f(x,y)}{\Delta y}.$$
49	Частные производные высших порядков **Ответ:** Частные производные z'_x и z'_y называют также частными производными первого порядка. Частными производными второго порядка функции $z=f(x,y)$ называются частные производные от частных производных первого порядка. Частных производных второго порядка четыре: $$z''_{xx}=(z'_x)'_x \text{ или } \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right);\ z''_{xy}=(z'_x)'_y \text{ или } \frac{\partial^2 z}{\partial y\,\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right);$$ $$z''_{yx}=(z'_y)'_x \text{ или } \frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right);\ z''_{yy}=(z'_y)'_y \text{ или } \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right).$$ Аналогично определяются частные производные 3-го, 4-го и более высоких порядков. Например, для функции $z=f(x,y)$ имеем:

	$z'''_{xxx} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)$, $z'''_{xxy} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)$ и т. д. Частные производные второго или более высокого порядка, взятые по различным переменным, называются смешанными частными производными.
50	Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума **Ответ:** Точка $M_0(x_0,\, y_0)$ называется точкой минимума (максимума) функции $z = f(x,\, y)$, если существует такая окрестность точки M_0, что для всех точек $M(x,\, y)$ из этой окрестности выполняется неравенство $f(x_0, y_0) < f(x,\, y)$, ($f(x_0, y_0) > f(x,\, y)$). Точки минимума и максимума функции $z = f(x,\, y)$ называются точками экстремума, а значения функции в этих точках – экстремумами функции (минимумом и максимумом соответственно). **Теорема** (необходимое условие экстремума). Если (x_0, y_0) – точка экстремума дифференцируемой функции $z = f(x,\, y)$, то ее частные производные z'_x и z'_y в этой точке равны нулю: $z'_x(x_0, y_0) = 0,\ z'_y(x_0, y_0) = 0$.
51	Критические точки. Достаточное условие экстремума **Ответ:** Точки, в которых частные производные первого порядка равны нулю, называются критическими или стационарными. В критических точках функция $z = f(x,\, y)$ может иметь экстремум, а может и не иметь. **Теорема** (достаточное условие экстремума). Пусть функция $z = f(x,\, y)$: а) определена в некоторой окрестности критической точки (x_0, y_0), в которой $z'_x(x_0, y_0) = 0$ и $z'_y(x_0, y_0) = 0$; б) имеет непрерывные частные производные второго порядка $z''_{xx}(x_0, y_0) = A;\ z''_{xy}(x_0, y_0) = B;\ z''_{yy}(x_0, y_0) = C$. Тогда, если $\Delta = AC - B^2 > 0$, то функция $z = f(x,\, y)$ в точке (x_0, y_0) имеет экстремум: максимум, если A<0; минимум, если A>0; если $\Delta = AC - B^2 < 0$, то функция $z = f(x,\, y)$ в точке (x_0, y_0) экстремума не имеет. В случае $\Delta = AC - B^2 = 0$ вопрос о наличии экстремума остается открытым.
52	Общая схема исследования функции двух переменных на экстремум **Ответ:** При исследовании функции двух переменных на экстремум рекомендуется использовать следующую схему: 1. Найти частные производные первого порядка: z'_x и z'_y. 2. Решить систему уравнений $\begin{cases} z'_x = 0, \\ z'_y = 0, \end{cases}$ и найти критические точки функции. 3. Найти частные производные второго порядка: z''_{xx}, z''_{xy}, z''_{yy}. 4. Вычислить значения частных производных второго порядка в каждой критической точке и, используя достаточные условия, сделать вывод о наличии экстремума. 5. Найти экстремумы функции.

53	Понятие интегральной суммы функции двух переменных на прямоугольнике. **Ответ:** Пусть произвольная функция $f(x, y)$ определена всюду на прямоугольнике $R = [a \le x \le b] \times [c \le y \le d]$. Разобьем отрезок $a \le x \le b$ на n частичных отрезков при помощи точек $a = x_0 < x_1 < x_2 < ... < x_n = b$, а отрезок $c \le y \le d$ на p частичных сегментов при помощи точек $c = y_0 < y_1 < y_2 < ... < y_p = d$. Этому разбиению при помощи прямых, параллельных осям Ox и Oy, соответствует разбиение прямоугольника R на np частичных прямоугольников $R_{kl} = [x_{k-1} \le x \le x_k] \times [y_{l-1} \le y \le y_l]$ ($k = 1, 2, ..., n$; $l = 1, 2, ..., p$). Указанное разбиение прямоугольника R обозначим символом T. На каждом частичном прямоугольнике R_{kl} выберем произвольную точку (ξ_k, η_l). Положив $\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$, $\Delta y_l = y_l - y_{l-1}$, обозначим через ΔR_{kl} площадь прямоугольника R_{kl}. Очевидно, $\Delta R_{kl} = \Delta x_k \Delta y_l$. Число $$\sigma = \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{p} f(\xi_k, \eta_l)\Delta x_k \Delta y_l$$ называется **интегральной суммой** функции $f(x, y)$, соответствующей данному разбиению T прямоугольника R и данному выбору промежуточных точек (ξ_k, η_l) на частичных прямоугольниках разбиения T.
54	Диаметр частичного прямоугольника. Предел интегральных сумм функции двух переменных. Определение двойного интеграла на прямоугольнике. **Ответ:** Диагональ $\sqrt{(\Delta x_k)^2 + (\Delta y_l)^2}$ будем называть **диаметром** прямоугольника R_{kl}. Символом Δ обозначим наибольший из диаметров всех частичных прямоугольников R_{kl} Число I называется **пределом интегральных сумм** (1) при $\Delta \to 0$, если для любого положительного числа ε можно указать такое положительное число δ, что при $\Delta < \delta$ независимо от выбора точек (ξ_k, η_l) на частичных прямоугольниках R выполняется равенство $$\lvert \sigma - I \rvert < \varepsilon.$$ Функция $f(x, y)$ называется **интегрируемой** на прямоугольнике R, если существует конечный предел I интегральных сумм этой функции при $\Delta \to 0$. Указанный предел I называется **двойным интегралом** от функции $f(x, y)$ по прямоугольнику R и обозначается одним из следующих символов: $$I = \iint_D f(x, y)dxdy$$
55	Определение двойного интеграла на произвольной области. **Ответ:** Пусть G замкнутая ограниченная область и пусть f(x,y) определена и ограничена на G. Пусть R - прямоугольник, содержащий G. Введем функцию $$\hat{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y), & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \in R \setminus G \end{cases}.$$ Число $$\iint_R \hat{f}(x, y)\, dxdy$$

	мы будем называть интегалом по области G и обозначать $$\iint\limits_G f(x,y)\,dxdy$$
56	Дифференциальные уравнения: обыкновенные и уравнения в частных производных. Порядок дифференциального уравнения. Решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. **Ответ:** Дифференциальным уравнением называется уравнение, связывающее независимую переменную, искомую функцию и производные различных порядков этой функции. Если искомая функция зависит от одной переменной, то дифференциальное уравнение называется обыкновенным, если от нескольких – уравнением в частных производных. Наивысший порядок производных, входящих в уравнение, называется порядком дифференциального уравнения. Решением дифференциального уравнения называется функция, подстановка которой в уравнение обращает его в тождество. Процесс отыскания решения дифференциального уравнения называется его интегрированием, график решения дифференциального уравнения называется интегральной кривой.
57	Дифференциальные уравнения первого порядка. Начальное условие. Общее и частное решения. **Ответ:** Дифференциальным уравнением первого порядка называется соотношение, связывающее функцию, ее первую производную и независимую переменную, т.е. соотношение вида: $$F(x,y,y')=0.$$ Условие, что при $x = x_0$ функция y должна равняться заданному числу y_0, называется начальным условием и обозначается $y\big|_{x=x_0}=y_0$. Общим решением дифференциального уравнения первого порядка называется функция $y=\varphi(x, C)$,которая зависит от одной произвольной постоянной C и удовлетворяет следующим условиям: а) она удовлетворяет дифференциальному уравнению при любом некотором значении C. б) каково бы ни было начальное условие $y\big|_{x=x_0}=y_0$, можно найти такое значение $C = C_0$, что функция $y = \varphi(x, C_0)$ удовлетворяет данному начальному условию. Частным решением дифференциального уравнения первого порядка называется любая функция $y = \varphi(x, C_0)$, полученная из общего решения $y = \varphi(x,C)$ при конкретном значении постоянной $C= C_0$.
58	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Интегрирование уравнений с разделяющимися переменными. **Ответ:** Дифференциальное уравнение первого порядка называется уравнением с разделяющимися переменными, если оно может быть представлено в виде $$y' = f(x)\,g(y) \qquad (1)$$ Интегрирование уравнений с разделяющимися переменными состоит из следующих шагов: 1 шаг: заменим в (1) y' на $\frac{dy}{dx}$ и перепишем уравнение: $\frac{dy}{dx}=f(x)g(y)$; 2 шаг: умножим обе части на dx: $dy = f(x)\,g(y)dx$; 3 шаг: разделим обе части уравнения на $g(y)$, считая, что $g(y)\neq 0$:

	$\frac{dy}{g(y)} = f(x)dx$. Дифференциальное уравнение такого вида называется уравнением с разделенными переменными; 4 шаг: проинтегрируем обе части этого уравнения: $\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx$.
59	Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. **Ответ:** Дифференциальное уравнение первого порядка называется однородным, если его можно привести к виду $$y' = f\left(\frac{y}{x}\right).$$ Однородное дифференциальное уравнение первого порядка сводится к уравнению с разделяющимися переменными в результате замены переменной по формуле: $u = \frac{y}{x}$. Действительно, так как $y = ux$, то $y' = u'x + u$, поэтому после выполнения подстановки уравнение примет вид $u'x + u = f(u)$, или, после преобразований, $u' = \frac{f(u) - u}{x}$, т.е., является уравнением с разделяющимися переменными.
60	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. **Ответ:** Дифференциальное уравнение первого порядка называется *линейным*, если неизвестная функция и ее производная входят в него линейно, то есть в первой степени. Такое уравнение имеет вид $y' + p(x)y = q(x)$. (1) Решение дифференциального уравнения (1) будем искать в виде произведения двух функций: $y(x) = u(x)\,v(x)$. Подставим $y = uv$ и производную $y' = u'v + uv'$ в уравнение (1): $u'v + uv' + p(x)uv = q(x)$ или $u'v + u(v' + p(x)v) = q(x)$. Функцию *v* будем подбирать таким образом, чтобы выполнялось условие $v' + p(x)v = 0$. Тогда $u'v = q(x)$. Таким образом, для нахождения решения уравнения (1) нужно решить систему дифференциальных уравнений $$\begin{cases} v' + p(x) = 0, \\ u'v = q(x). \end{cases}$$
61	Понятие числового ряда. Частичная сумма, сумма, сходимость, расходимость ряда. **Ответ:** Числовым рядом называется выражение $$u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n,$$

	u_1 называется первым членом ряда, u_n – n-м, или общим членом ряда. Сумма n первых членов ряда называется его n-й частичной суммой: $S_n=\sum_{k=1}^{n}u_k$. Если существует конечный предел последовательности частичных сумм ряда: $$\lim_{n\to\infty}S_n=S,$$ то говорят, что ряд сходится, а число S называется суммой ряда. Если $\lim_{n\to\infty}S_n$ не существует или бесконечен, то то говорят, что ряд расходится.
62	Необходимое условие сходимости числового ряда (с доказательством). **Ответ:** **ТЕОРЕМА.** Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ сходится, то его общий член стремится к нулю: $\lim_{n\to\infty}u_n=0$. **Доказательство**. Так как ряд $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ сходится, то по определению существует $\lim_{n\to\infty}S_n=S$, где S_n – частичная сумма ряда. При $n\to\infty$ число $(n-1)$ также неограниченно растет, поэтому $\lim_{n\to\infty}S_{n-1}=S$. Отсюда $\lim_{n\to\infty}(S_n-S_{n-1})=S-S=0$, но $S_n-S_{n-1}=\sum_{k=1}^{n}u_k-\sum_{k=1}^{n-1}u_k=u_n$. Следовательно, $\lim_{n\to\infty}u_n=0$.
63	Интегральный признак (формулировка теоремы). **Ответ:** **Теорема (Интегральный признак**). Пусть $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ –ряд, члены которого положительны и не возрастают. Кроме того, существует непрерывная невозрастающая функция $y=f(x)$ такая, что $f(1)=u_1,\ f(2)=u_2,\ \dots,\ f(n)=u_n,\ \dots$. Тогда 1) если несобственный интеграл $\int_1^{+\infty}f(x)dx$ сходится, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ тоже сходится; 2) если несобственный интеграл $\int_1^{+\infty}f(x)dx$ расходится, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ тоже расходится.
64	Признак сравнения в форме неравенств (формулировка теоремы). **Ответ:**

	Теорема 1 (Признак сравнения в форме неравенств). Пусть $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ – ряды с положительными членами, причем $u_n \le v_n$ для всех номеров n, начиная с некоторого. Тогда: 1) если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ сходится, то сходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 2) если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ расходится, то расходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$. то ряды либо оба сходятся, либо оба расходятся.
65	Признак сравнения в предельной форме (формулировка теоремы). Обобщенный гармонический ряд. **Ответ:** **Теорема** (Признак сравнения в предельной форме). Пусть $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ – ряды с положительными членами. Если существует конечный предел $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{u_n}{v_n} \ne 0$, то ряды либо оба сходятся, либо оба расходятся. **Замечание.** При применении признака сравнения в предельной форме удобно брать в качестве ряда, с которым сравнивается данный ряд, так называемый обобщенный гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$, который сходится при $\alpha > 1$ и расходится при $\alpha \le 1$.
66	Признак Даламбера, радикальный признак Коши (формулировки теорем). **Ответ:** **Теорема 1 (Признак Даламбера).** Пусть для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n, \quad u_n > 0,$ существует предел $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l.$ Тогда 1) если $l < 1$ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится, 2) если $l > 1$ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ расходится. **Замечание**. Если $l = 1$, то вопрос о сходимости ряда остается открытым.
67	Радикальный признак Коши (формулировка теоремы). **Ответ:** **Теорема (Радикальный признак Коши).** Пусть для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n, \quad u_n \ge 0,$

	существует предел $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{u_n}=l.$ Тогда 1) если $l<1$, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ сходится, 2) если $l>1$ ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ расходится. **Замечание**. Если $l=1$, то вопрос о сходимости ряда остается открытым.
68	Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница (формулировка теоремы). **Ответ:** Знакочередующимся рядом называется ряд вида: $$u_1-u_2+u_3-u_4+\ldots+(-1)^{n+1}u_n+\ldots$$ где $u_n>0,\quad n=1,2,3,\ldots$ **ТЕОРЕМА** (признак Лейбница). Если для знакочередующегося ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-1\right)^{n-1}u_n,\ u_n\geq 0$ выполнены условия: 1. $u_1>u_2>u_3>\ldots>u_n>u_{n+1}>\ldots$, 2. $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$, то ряд сходится и его сумма $S<u_1$.
69	Знакопеременные ряды. Достаточное условие сходимости знакопеременного ряда (формулировка теоремы). Абсолютно и условно сходящиеся ряды. **Ответ:** Знакопеременным называется числовой ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$, члены которого имеют различные знаки. **ТЕОРЕМА.** Если для знакопеременного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ сходится ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\lvert u_n\rvert$, составленный из модулей его членов, то данный знакопеременный ряд сходится. Знакопеременный ряд называется абсолютно сходящимся, если сходится ряд, составленный из модулей его членов. Знакопеременный ряд называется условно сходящимся, если он сходится, а ряд, составленный из модулей его членов, расходится.
70	**Степенные ряды**. Радиус, интервал, область сходимости степенного ряда Ответ: **Степенным рядом** называется ряд вида $$a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_nx^n+\ldots=\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$$ Число R, определяемое равенством $R=\lim\limits_{n\to\infty}\left\lvert\dfrac{a_n}{a_{n+1}}\right\rvert$, называется радиусом сходимости сте-

	пенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$. Интервал $(-R;\ R)$ называется интервалом сходимости этого ряда. Областью сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ называется его интервал сходимости, к которому, быть может, присоединены точки $x = R$ и (или) $x = -R$.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедуры оценивания в ходе изучения дисциплины знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций, регламентируются положениями:

- П ВГУИТ 2.4.03 Положение о курсовых экзаменах и зачетах;
- П ВГУИТ 4.1.02 Положение о рейтинговой оценке текущей успеваемости, а также методическими указаниями:

Математический анализ [ЭИ]: задания самостоятельной работы обучающихся / Воронеж. гос. ун-т инж. технол.; сост. А. Д. Чернышов, Е. Н. Ковалева, С. Ф. Кузнецов, М. В. Половинкина, С.Н. Ощепкова, О.Ю. Никифорова – Воронеж : ВГУИТ, 2022. https://education.vsuet.ru/

Математический анализ [ЭИ]: задания для практических занятий / Воронеж. гос. ун-т инж. технол.; сост. А. Д. Чернышов, Е. Н. Ковалева, С. Ф. Кузнецов, М. В. Половинкина, С.Н. Ощепкова, О.Ю. Никифорова – Воронеж : ВГУИТ, 2022. https://education.vsuet.ru/

Для оценки знаний, умений, навыков обучающихся по дисциплине применяется рейтинговая система. Итоговая оценка по дисциплине определяется на основании определения среднеарифметического значения баллов по каждому заданию.

5. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания для каждого результата обучения по дисциплине

Результаты обучения по этапам формирования компетенций	Предмет оценки (продукт или процесс)	Показатель оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций	Шкала оценивания	
				Академическая оценка или баллы	Уровень освоения компетенции
ОПК-2 Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач					
ЗНАТЬ	основные понятия и методы дифференциального и интегрального исчисления функции нескольких переменных, необходимые для решения профессиональных задач	Результаты тестирования	- даны правильные ответы менее чем на 59,99 % всех тестовых вопросов	Неудовлетворительно	Не освоена (недостаточный)
			- даны правильные ответы на 60-74,99% всех тестовых вопросов	Удовлетворительно	Освоена (базовый)
			- даны правильные ответы на 75-84,99% всех тестовых вопросов	Хорошо	Освоена (повышенный)
			- даны правильные ответы на 85-100% всех тестовых вопросов	Отлично	Освоена (повышенный)
		Собеседование (зачет)	Обучающийся обладает частичными и разрозненными знаниями, только некоторые из которых может связывать между собой	Не зачтено	Не освоена / недостаточный
			Обучающийся обладает набором знаний, достаточным для системного взгляда на изучаемый объект	Зачтено	Освоена / базовый (повышенный)
УМЕТЬ	применять математические методы при решении профессиональных задач	Решение типовых задач на практических занятиях	Обучающийся не владеет умениями выполнения заданий; не демонстрирует умений, предусмотренных планируемыми результатами обучения	Неудовлетворительно	Не освоена / недостаточный
			Обучающийся испытывает затруднения при выполнении заданий по алгоритму; демонстрирует минимальный набор умений, предусмотренных планируемыми результатами обучения	Удовлетворительно	Освоена / базовый
			Обучающийся выполняет задания с использованием алгоритма решения, при выполнении допускает незначительные ошибки и неточности, формулирует выводы; демонстрирует умения, предусмотренные планируемыми результатами обучения	Хорошо	Освоена / повышенный
			Обучающийся выполняет задания, формируя алгоритм решения, при выполнении не допускает ошибок и неточностей, формулирует выводы; демонстрирует умения, предусмотренные планируемыми результатами обучения	Отлично	Освоена / повышенный

ВЛАДЕТЬ	навыками применения стандартных математических методов при решении профессиональных задач, связанных с обработкой и анализом данных	Контрольная работа	Обучающийся не владеет навыками выполнения заданий; не демонстрирует навыков, предусмотренных планируемыми результатами обучения	Неудовлетворительно	Не освоена / недостаточный
			Обучающийся испытывает затруднения при выполнении заданий по алгоритму; демонстрирует минимальный набор навыков, предусмотренных планируемыми результатами обучения	Удовлетворительно	Освоена / базовый
			Обучающийся выполняет задания с использованием алгоритма решения, при выполнении допускает незначительные ошибки и неточности, формулирует выводы; демонстрирует навыки, предусмотренные планируемыми результатами обучения	Хорошо	Освоена / повышенный
			Обучающийся выполняет задания, формируя алгоритм решения, при выполнении не допускает ошибок и неточностей, формулирует выводы; демонстрирует навыки, предусмотренные планируемыми результатами обучения	Отлично	Освоена / повышенный