

1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Уравнения математической физики. Основы вариационного исчисления» являются: формирование необходимых общекультурных и профессиональных компетенций по направлению подготовки.

Задачи дисциплины:

Формирование базовых знаний, умений, навыков по следующим задачам, указанным в образовательном стандарте

проектно-конструкторская деятельность (основная):

- участие в проектировании деталей и узлов с использованием программных систем компьютерного проектирования на основе эффективного сочетания передовых технологий и выполнения многовариантных расчетов;

научно-исследовательская деятельность:

- построение математических моделей для анализа свойств объектов исследования и выбор численного метода их моделирования, разработка алгоритма решения задачи;
- участие в разработке физико-механических, математических и компьютерных моделей, предназначенных для выполнения исследований и решения научно-технических задач;

2. Перечень планируемых результатов обучения, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины в соответствии с предусмотренными компетенциями обучающийся должен:

№ п/п	Код компетенции	Содержание компетенции	В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен:		
			знать	уметь	владеть
1	ОПК-3	способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат	основные понятия, область применения вариационного исчисления;	применять вариационные методы для решения практических задач;	техникой решения вариационных задач;
2	ПК-8	готовностью выполнять расчетно-экспериментальные работы в области прикладной механики с использованием современных вычислительных методов, высокопроизводительных вычислительных систем и наукоемких компьютерных технологий, широко распространенных в промышленности систем мирового уровня	основные понятия и методы теории дифференциальных уравнений в частных производных;	определять тип уравнения в частных производных и решать краевые задачи для него;	методами и навыками классификации и решения задач уравнений математической физики.

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Основы вариационного исчисления» относится к блоку одной базовой части.

Изучение дисциплины основано на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении обучающимися дисциплины «математика».

Дисциплина является предшествующей для изучения дисциплины «теория упругости».

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет ___6___ зачетных единицы.

Виды учебной работы	Всего часов	Семестр 4
	акад.	акад.
Общая трудоемкость дисциплины	216	216
Контактная работа, в т.ч. аудиторные занятия:	127,9	127,9
Лекции	36	36
В том числе в форме практической подготовки	-	-
Практические занятия (ПЗ)	90	90
В том числе в форме практической подготовки	-	-
Консультации текущие	1,8	1,8
Виды аттестации (зачет)	0,1	0,1
Самостоятельная работа:	88,1	88,1
Проработка конспекта лекций (собеседование)	18	18
Подготовка к аудиторной контрольной работе (задачи)	8	8
Проработка материалов по учебнику (собеседование)	62,1	62,1

5. Содержание дисциплины

5.1 Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Трудоемкость, часы
1	Уравнения математической физики	Классификация уравнений математической физики. Постановка краевых задач. Приведение уравнений к каноническому виду. Решение Даламбера задачи Коши для уравнения колебаний струны. Метод Фурье для уравнения свободных колебаний ограниченной струны. Решение задачи о теплопроводности в бесконечном стержне методом Фурье. Метод Фурье для уравнения теплопроводности в стержне, концы которого теплоизолированы. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Краевая задача для уравнения Пуассона в кольце. Первая смешанная задача для уравнения теплопроводности в прямоугольнике. Первая смешанная задача для волнового уравнения в прямоугольнике.	111
2	Основы вариационного исчисления	Экстремумы функций многих переменных. Условный экстремум. Функционал. Вариация функционала. Экстремумы функционалов. Уравнение Эйлера. Прикладные задачи вариационного исчисления: задача о Брахистохроне, о наименьшей поверхности вращения, геометрической оптики, о геодезических на сфере. Обобщения уравнения Эйлера. Вариационные задачи подвижными границами. Поле экстремалей. Достаточные условия экстремума функционала. Условный экстремум функционала.	103,1

5.2 Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции, час	ПЗ (или С), час	СРО, час
1	Уравнения математической физики	20	46	45
2	Основы вариационного исчисления	16	44	43,1

5.2.1 Лекции

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тематика лекционных занятий	Трудоемкость, час
1	Уравнения математической физики	Классификация уравнений математической физики. Постановка краевых задач. Приведение уравнений к каноническому виду.	2
		Уравнения гиперболического типа	2
		Решение Даламбера задачи Коши для уравнения колебаний струны.	2
		Метод Фурье для уравнения свободных колебаний ограниченной струны.	2
		Уравнения параболического типа	2
		Решение задачи о теплопроводности в бесконечном стержне методом Фурье	2
		Метод Фурье для уравнения теплопроводности в стержне, концы которого теплоизолированы.	2
		Уравнения эллиптического типа	2
		Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге.	2
		Краевая задача для уравнения Пуассона в кольце.	2
2	Основы вариационного исчисления	Экстремумы функций многих переменных. Безусловный и условный экстремумы.	2
		Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.	2
		Обобщения уравнения Эйлера. Случай нескольких функций. Случай производных высших порядков.	2
		Обобщения уравнения Эйлера. Функционалы зависящие от функций нескольких переменных. Параметрическое представление.	2
		Вариационные задачи подвижными границами.	2
		Поле экстремалей.	2
		Достаточные условия существования экстремума функционала.	2
		Условный экстремум функционала.	2

5.2.2 Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, час
1	Уравнения математической физики	Приведение уравнений к каноническому виду.	4
		Решение Даламбера задачи Коши для уравнения колебаний струны.	4
		Метод Фурье для уравнения свободных колебаний ограниченной струны.	2
		Первая смешанная задача для волнового уравнения на отрезке.	4
		Первая смешанная задача для волнового уравнения в прямоугольнике.	4
		Первая смешанная задача для волнового уравнения в круге.	4
		Решение задачи о теплопроводности в бесконечном стержне методом Фурье	2
		Метод Фурье для уравнения теплопроводности в стержне, концы которого теплоизолированы.	2

		Первая смешанная задача для уравнения теплопроводности на отрезке.	4
		Первая смешанная задача для уравнения теплопроводности в прямоугольнике.	4
		Первая смешанная задача для уравнения теплопроводности в круге.	4
		Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге.	4
		Краевая задача для уравнения Пуассона в кольце.	4
2	Основы вариационного исчисления	Экстремумы функций многих переменных. Безусловный экстремум.	2
		Экстремумы функций многих переменных. Условный экстремум.	4
		Экстремум функционала.	4
		Уравнение Эйлера.	4
		Частные случаи уравнения Эйлера.	4
		Обобщения уравнения Эйлера. Случай нескольких функций.	4
		Обобщения уравнения Эйлера. Случай производных высших порядков.	4
		Обобщения уравнения Эйлера. Функционалы зависящие от функций нескольких переменных.	2
		Обобщения уравнения Эйлера. Параметрическое представление.	2
		Вариационные задачи подвижными границами.	4
		Поле экстремалей.	2
		Достаточные условия существования экстремума функционала.	4
		Условный экстремум функционала.	4

5.2.3 Лабораторный практикум не предусмотрен

5.2.4 Самостоятельная работа обучающихся (СРО)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид СРО	Трудоемкость, часы
1	Уравнения математической физики	Проработка материалов по конспекту лекций (собеседование)	9
		Изучение материалов по учебникам (собеседование)	32
		Подготовка к аудиторным контрольным работам (задачи)	4
2	Основы вариационного исчисления	Проработка материалов по конспекту лекций (собеседование)	9
		Изучение материалов по учебникам (собеседование)	30.1
		Подготовка к аудиторным контрольным работам (задачи)	4

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

6.1 Основная литература

- Абдрахманов, В.Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания: учеб. пособие / В.Г. Абдрахманов, А.В. Рабчук. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/45675/#1>
- Сабитов, К.Б. Уравнения математической физики : учебник / К.Б. Сабитов. - М. : Физматлит, 2013. - 352 с. <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275562>
- Хеннер, В.К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений: учеб. пособие — Санкт-Петербург : Лань, 2017 <https://e.lanbook.com/reader/book/96873/#1>

6.2 Дополнительная литература:

- Гюнтер, Н.М. Курс вариационного исчисления : учеб. пособие — Санкт-Петербург : Лань,

2009 <https://e.lanbook.com/reader/book/119/#1>

2. Миносцев, В.Б. (под ред.) Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 3. Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации: учебное пособие / В.Б. Миносцев (под ред.), Е.А. Пушкарь (под ред.), Н.А. Берков [и др.]. — СПб. : Лань, 2013. — 514 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/30426/#1>

6.3 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся

Сайко, Д. С. Уравнения математической физики [Текст] : учебное пособие / Д.С. Сайко, Л.Н. Ляхов, Н.В. Минаева ; ВГТА, Кафедра высшей математики. - Воронеж, 2010. - 135 с.

6.4 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети “Интернет”, необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
«Российское образование» - федеральный портал	https://www.edu.ru/
Научная электронная библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp?
Национальная исследовательская компьютерная сеть России	https://niks.su/
Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»	http://window.edu.ru/
Электронная библиотека ВГУИТ	http://biblos.vsu.ru/megapro/web
Сайт Министерства науки и высшего образования РФ	https://minobrnauki.gov.ru/
Портал открытого on-line образования	https://npoed.ru/
Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «ВГУИТ»	https://education.vsu.ru/

6.5 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Сайко, Д. С. Уравнения математической физики [Текст] : учебное пособие / Д.С. Сайко, Л.Н. Ляхов, Н.В. Минаева ; ВГТА, Кафедра высшей математики. - Воронеж, 2010. - 135 с.

6.6 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При изучении дисциплины используется программное обеспечение и информационные справочные системы: информационная среда для дистанционного обучения «Moodle», автоматизированная информационная база «Интернет-тренажеры», «Интернет-экзамен».

При освоении дисциплины используется лицензионное и открытое программное обеспечение - ОС Windows.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническая база приведена в лицензионных формах и расположена по адресу <https://vsuet.ru>.

Для проведения учебных занятий используются:

Аудитория № 401 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, лабораторных и практических занятий, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (для всех направлений и специальностей)	Аудио-визуальная система лекционных аудитория (мультимедийный проектор Epson EB-X18, настенный экран Screen Media)
Ауд. № 332 Компьютерный класс	Рабочие станции (IntelCore i3-540) (6 шт.), (IntelCore2 DuoE7300) (6 шт.)
Ауд. № 332а Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, лабораторных и практических занятий, занятий семинарского типа, курсового проектирования (вы-	Компьютер (Core i5-4570) (12 шт.), стенды (5 шт.)

полнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (для всех направлений и специальностей)	
---	--

Самостоятельная работа обучающихся может осуществляться при использовании:
Зал научной литературы ресурсного центра ВГУИТ: компьютеры Regard - 12 шт.
Студенческий читальный зал ресурсного центра ВГУИТ: моноблоки - 16 шт.

8 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

8.1 Оценочные материалы (ОМ) для дисциплины включают в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

8.2 Для каждого результата обучения по дисциплине определяются показатели и критерии оценивания сформированности компетенций на различных этапах их формирования, шкалы и процедуры оценивания.

ОМ представляются отдельным комплектом и входят в состав рабочей программы дисциплины.

Оценочные материалы формируются в соответствии с П ВГУИТ «Положение об оценочных материалах».

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 15.03.03 - Прикладная механика.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

по дисциплине

**Уравнения математической физики. Основы
вариационного исчисления**

1. Требования к результатам освоения дисциплины

№ п/п	Код компетенции	Содержание компетенции	В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен:		
			знать	уметь	владеть
1	ОПК-3	способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат	основные понятия, область применения вариационного исчисления;	применять вариационные методы для решения практических задач;	техникой решения вариационных задач;
2	ПК-8	готовностью выполнять расчетно-экспериментальные работы в области прикладной механики с использованием современных вычислительных методов, высокопроизводительных вычислительных систем и наукоемких компьютерных технологий, широко распространенных в промышленности систем мирового уровня	основные понятия и методы теории дифференциальных уравнений в частных производных;	определять тип уравнения в частных производных и решать краевые задачи для него;	методами и навыками классификации и решения задач уравнений математической физики.

2. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые модули / разделы / темы дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или ее части)	Оценочные средства		Технология оценки (способ контроля)
			Наименование	№№ заданий	
1	Уравнения математической физики	ПК-8	Собеседование (коллоквиум или зачет)	1-21	Контроль преподавателем
		ПК-8	Тестовые задания (зачет)	95-107	Компьютерное или бланочное тестирование
		ПК-8	Задача (контрольная работа, коллоквиум, зачет)	44-63	Контроль преподавателем
2	Вариационное исчисление	ОПК-3	Собеседование (зачет)	22-43	Контроль преподавателем
		ОПК-3	Тестовые задания (зачет)	108-118	Компьютерное или бланочное тестирование
		ОПК-3	Задача (контрольная работа, зачет)	64-94	Контроль преподавателем

3. Оценочные средства для промежуточной аттестации (зачет)

3.1. Вопросы к собеседованию (коллоквиум, экзамен)

ПК-8 - готовностью выполнять расчетно-экспериментальные работы в области прикладной механики с использованием современных вычислительных методов, высокопроизводительных вычислительных систем и наукоемких компьютерных технологий, широко распространенных в промышленности систем мирового уровня

№ вопроса	Текст вопроса
1.	Метрическое, векторное пространства. Гильбертово пространство.

2.	Минимальное свойство коэффициентов Фурье.
3.	Задача Штурма-Лиувилля.
4.	Прямое и обратное преобразование Фурье. Преобразование Фурье производной.
5.	Преобразование Фурье. Формула Парсевала.
6.	Уравнения математической физики. Уравнения первого порядка.
7.	Уравнения математической физики. Колебания струны.
8.	Уравнения математической физики. Уравнение теплопроводности.
9.	Уравнения гиперболического типа. Решение Д'Аламбера.
10.	Уравнения гиперболического типа. Метод Фурье.
11.	Уравнения эллиптического типа. Метод Фурье.
12.	Уравнения параболического типа. Метод Фурье.
13.	Приведение УМФ к каноническому виду. Метод характеристик.
14.	Уравнение Лапласа в полярных координатах.
15.	Корректная постановка задачи для уравнения математической физики.
16.	Уравнения параболического типа. Формула Пуассона.
17.	Уравнения гиперболического типа. Формула Пуассона.
18.	Уравнения параболического типа. Формула Кирхгофа.
19.	Уравнения гиперболического типа. Формула Кирхгофа.
20.	Уравнения с цилиндрической симметрией. Функции Бесселя
21.	Неоднородные УМФ гиперболического типа. Решения в пространствах различной размерности.

ОПК-3 - способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат;

№ Зада-ния	Формулировка вопроса
22.	Экстремум функции нескольких переменных. Достаточные условия.
23.	Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
24.	Основная лемма вариационного исчисления.
25.	Лемма Дюбуа-Реймонда.
26.	Функционал. Близость кривых. Непрерывность функционала.
27.	Вариация функционала. Экстремум функционала.
28.	Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
29.	Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера.
30.	Задача о Брахистохроне.
31.	Задача о наименьшей поверхности вращения.
32.	Задача геометрической оптики.
33.	Геодезические на сфере.
34.	Обобщения. Случай нескольких неизвестных функций.
35.	Обобщения. Случай производных высших порядков.
36.	Обобщения. Параметрическое представление.
37.	Свободные концы. Естественные условия.
38.	Задача о навигации.
39.	Условия трансверсальности.
40.	Изопериметрическая задача.
41.	Задача Дидоны.
42.	Поле экстремалей.
43.	Достаточные условия экстремума функционала.

3.2 Задачи (задания к контрольным работам, коллоквиуму, экзамену)

ПК-8 - готовностью выполнять расчетно-экспериментальные работы в области приклад-

ной механики с использованием современных вычислительных методов, высокопроизводительных вычислительных систем и наукоемких компьютерных технологий, широко распространенных в промышленности систем мирового уровня

№ Зада- ния	Текст задания
44.	Привести к каноническому виду и записать общее решение уравнения $6u_{xx} - 7u_{xy} + 2u_{yy} = 0$
45.	Привести к каноническому виду и записать общее решение уравнения $9u_{xx} - 30u_{xy} + 25u_{yy} + 3u_x - 5u_y = 0$
46.	Решить первую краевую задачу для уравнения гиперболического типа $u_{tt} = 4u_{xx}$, $u(0,t) = u(4,t) = 0, u(x,0) = 0, u_t(x,0) = 4x - x^2, x \in [0;4]$
47.	Решить вторую краевую задачу для уравнения параболического типа $u_t = 5u_{xx}$, $u(0,t) = 0, u_x(3,t) = 0, u(x,0) = 3x - x^2, x \in [0;3]$
48.	Решить задачу Штурма-Лиувилля $y'' + \lambda y = 0$, $y(0) = y(\pi) = 0$
49.	Решить задачу Штурма-Лиувилля $y'' + \lambda y = 0$, $y'(1) = y(4) = 0$
50.	Решить задачу Штурма-Лиувилля $y'' + \lambda y = 0$, $y'(-1) = y'(2) = 0$
51.	Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге $\Delta u = 0; u _{r=3} = \cos \varphi$
52.	Решить краевую задачу для уравнения Пуассона в кольце $\Delta u = r \cos \varphi$ $\frac{\partial u}{\partial r} _{r=2} = u _{r=4} = 0$
53.	Решить методом Фурье первую смешанную задачу для волнового уравнения на отрезке $\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} \\ u(x,0) = x(x-3), u_t(x,0) = 0 \\ u(0,t) = u(3,t) = 0 \end{cases}$
54.	Решить методом Фурье вторую смешанную задачу для волнового уравнения на отрезке $\begin{cases} u_{tt} = 9u_{xx} \\ u(x,0) = x^2 - 3x + 2, u_t(x,0) = 0 \\ u_x(1,t) = u(2,t) = 0 \end{cases}$
55.	Решить методом Фурье первую смешанную задачу для волнового уравнения в круге $\begin{cases} u_{tt} = 9\Delta u \\ u(r,0) = 16 - r^2, u_t(r,0) = 0 \\ u(4,t) = 0 \end{cases}$
56.	Решить методом Фурье вторую смешанную задачу для волнового уравнения в круге $\begin{cases} u_{tt} = 4\Delta u \\ u(r,0) = 4 - r^2, u_t(r,0) = 0 \\ u_x(2,t) = 0 \end{cases}$
57.	Решить методом Фурье первую смешанную задачу для уравнения теплопроводности на отрезке

	$\begin{cases} u_t = u_{xx} \\ u(x,0) = 2x^2 - 6x \\ u(0,t) = u(3,t) = 0 \end{cases}$
58.	Решить методом Фурье вторую смешанную задачу для уравнения теплопроводности на отрезке $\begin{cases} u_t = 4u_{xx} \\ u(x,0) = x^2 - 9 \\ u(-3,t) = u_x(3,t) = 0 \end{cases}$
59.	Решить методом Фурье первую смешанную задачу для уравнения теплопроводности в круге $\begin{cases} u_t = \Delta u \\ u(r,0) = 16 - r^2; u(4,t) = 0 \end{cases}$
60.	Применить формулу Пуассона для решения задачи Коши для волнового уравнения на плоскости $u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy}), u _{t=0} = 0, u_t _{t=0} = x^2 - xy$
61.	Применить формулу Пуассона для решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на плоскости $u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy}), u _{t=0} = 0, u_t _{t=0} = 2x^2 + y^2$
62.	Применить формулу Кирхгофа для решения задачи Коши для волнового уравнения $u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}), u _{t=0} = 0, u_t _{t=0} = x^2 - 3y^2 + 2z^2$
63.	Применить формулу Кирхгофа для решения задачи Коши для уравнения теплопроводности $u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}), u _{t=0} = 0, u_t _{t=0} = z^2 - y^2$

ОПК-3 - способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат;

№ задания	Формулировка задания
64.	Исследовать на максимум и минимум функцию $f = (x-1)^2 - 2y^2$
65.	Найти условный экстремум $f = xy$ при $x^2 + y^2 = 1$
66.	Найти расстояние между параболой $y = x^2$ и прямой $x - y = 5$
67.	Из куска проволоки длиной 30 см требуется согнуть прямоугольник наибольшей площади. Каковы размеры этого прямоугольника?
68.	На странице книги печатный текст должен занимать (вместе с промежутками между строк) 192 . Верхнее и нижнее поля занимают по 4 см, левое и правое – по 3 см. Если принимать во внимание только экономию бумаги, то каковы должны быть наиболее выгодные размеры страницы?
69.	Определите размеры открытого бассейна объемом $V = 32$, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным дном, на облицовку стен и дна которого уйдет наименьшее количество материала.
70.	Каковы должны быть размеры консервной банки цилиндрической формы, чтобы на её изготовление пошло наименьшее количество материала, если объем банки 0,5 литра?
71.	Прямоугольный лист картона имеет размеры 8×5 . Требуется вырезать по его углам такие квадраты, чтобы после загибания оставшихся кромок получилась коробка наибольшей вместимости.

72.	Установить порядок близости кривых $y(x) = \frac{\sin nx}{n}$ и $y_1(x) \equiv 0$ на $[0, \pi]$.
73.	Установить порядок близости кривых $y(x) = \sin \frac{x}{n}$ и $y_1(x) \equiv 0$ на $[0, 1]$.
74.	Найти расстояние нулевого порядка между кривыми $y(x) = xe^{-x}$ и $y_1(x) \equiv 0$ на $[0, 2]$
75.	Найти расстояние нулевого порядка между кривыми $y(x) = \sin 2x$ и $y_1(x) = \sin x$ на $[0, \frac{\pi}{2}]$
76.	Найти вариацию функционала $V[y] = \int_a^b (x + y) dx$
77.	Найти вариацию функционала $V[y] = \int_0^{\pi} y' \sin y dx$
78.	Найти экстремали в вариационной задаче $V[y] = \int_{-1}^0 12xy - y'^2 dx$, $y(-1) = 1$, $y(0) = 0$.
79.	Найти экстремали в вариационной задаче $V[y] = \int_0^{\pi} (y'^2 - y^2) dx$, $y(0) = 1$, $y(\pi) = -1$.
80.	Найти экстремали в вариационной задаче $V[y] = \int_0^1 (x + y'^2) dx$, $y(0) = 1$, $y(1) = 2$.
81.	Найти экстремали функционала $V[y] = \int_0^1 (y^2 + 2y'^2 + y''^2) dx$, $y(0) = 0$, $y(1) = 0$, $y'(0) = 1$, $y'(1) = \text{sh} 1$.
82.	Найти экстремали функционала $V[y] = \int_{-1}^0 (240y + y'''^2) dx$, $y(-1) = 1$, $y(0) = 0$, $y'(-1) = -4.5$, $y'(0) = 0$, $y''(-1) = 16$, $y''(0) = 0$.
83.	Найти экстремали функционала $V[y, z] = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (2z - 4y^2 + y'^2 - z'^2) dx$, $y(0) = 0$, $y(\frac{\pi}{4}) = 1$, $z(0) = 0$, $z(\frac{\pi}{4}) = 1$.
84.	Найти экстремали функционала $V[y, z] = \int_{\frac{1}{2}}^1 (y'^2 - 2xyz') dx$, $y(\frac{1}{2}) = 6$, $y(1) = 3$, $z(\frac{1}{2}) = 15$, $z(1) = 1$.
85.	Указать собственное и центральное поле экстремалей для функционала $V[y] = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (y'^2 - y^2 + x^2 + 4) dx$
86.	Показать, что экстремали функционала можно включить в поле экстремалей $V[y] = \int_0^1 (y'^2 - 2xy) dx$, $y(0) = 0$, $y(1) = 0$
87.	Проверить выполнимость условия Якоби $V[y] = \int_{-1}^1 (y'^2 + 12xy + x^2) dx$, $y(-1) = -2$, $y(1) = 0$
88.	С помощью усиленного условия Лежандра проверить возможность включения экстремали в поле для функционала $V[y] = \int_0^1 (y'^2 - y'^3) dx$, $y(0) = 0$, $y(1) = 0$

89.	Исследовать на экстремум функционал $V[y] = \int_0^1 e^x (y^2 + \frac{1}{2} y'^2) dx$, $y(0) = 1$, $y(1) = e$
90.	Используя условия Лежандра, исследовать на экстремум функционал $V[y] = \int_2^3 \frac{x^3}{y'^2} dx$, $y(2) = 4$, $y(3) = 9$
91.	Найти кратчайшее расстояние от точки $A(1;0)$ до эллипса $4x^2 + 9y^2 = 36$.
92.	Найти условие трансверсальности для функционала $V[y] = \int_{x_0}^{x_1} A(x, y) e^{\text{arctg } y'} \sqrt{1 + y'^2} dx$, $A(x, y) \neq 0$.
93.	Найти кратчайшее расстояние между точками $A(1;0;-1)$ и $B(0;-1;1)$ лежащими на поверхности $x + y + z = 0$.
94.	Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y] = \int_0^1 y'^2 dx$, $y(0) = 0$, $y(1) = \frac{1}{4}$ при условии $\int_0^1 y dx = 3$.

3.3. Тестовые задания(зачет)

ПК-8 - готовностью выполнять расчетно-экспериментальные работы в области прикладной механики с использованием современных вычислительных методов, высокопроизводительных вычислительных систем и наукоемких компьютерных технологий, широко распространенных в промышленности систем мирового уровня

№ задания	Текст задания
95.	К какому типу УМФ относится уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 2x - 3y$ Варианты ответа: 1) гиперболический, 2) параболический, 3) эллиптический, 4) мнемонический 5) нет такого типа
96.	К какому типу УМФ относится уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \sin(5x) \frac{\partial u}{\partial x}$ 1) гиперболический, 2) параболический, 3) эллиптический, 4) нет такого типа
97.	К какому типу УМФ относится уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$ 1) гиперболический, 2) параболический, 3) эллиптический, 4) нет такого типа
98.	Определите порядок УМФ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^3$
99.	Определите порядок УМФ $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^4 - 3u^5 + 2\frac{\partial u}{\partial y} = 0$
100.	Для уравнения $u_t = a^2 u_{xx}$ условия $u _{t=0} = 1$ определяют 1) краевую задачу Неймана, 2) краевую задачу Дирихле, 3) таких условий не может быть, 4) задачу Коши
101.	Определите номер некорректно заданного условия в постановке задачи УМФ (нумерация слева направо и сверху вниз)

$1) u(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi a} \iint_{ \vec{r}-\vec{\rho} \leq at} \frac{v_0(\vec{\rho}) d\vec{\rho}}{\sqrt{(at)^2 - \vec{r}-\vec{\rho} ^2}},$ $2) u(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi a^2 t} \iint_{ \vec{r}-\vec{\rho} =at} v_0(\vec{\rho}) d\vec{\rho},$ $3) u(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi a^2 t} \iint_{R^2} v_0(\vec{\rho}) e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{\rho})^2}{4a^2 t}} d\vec{\rho},$ $4) u(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi a^2 t} \iint_{R^2} v_0(\vec{\rho}) \sin(\pi \vec{r}-\vec{\rho}) d\vec{\rho}$

ОПК-3 - способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат;

№ задания	Формулировка задания
108.	Минимум функции $f = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$ равен: 1) -1 2) 0 3) 5 4) -5
109.	Наибольший объем прямоугольника с диагональю $2\sqrt{3}$ равен: 1) 1 2) 4 3) 8 4) 10
110.	Наименее удаленная от прямой $x - y + 4 = 0$ точка параболы $y^2 = 4x$ имеет координаты: 1) (1;1) 2) (1;2) 3) (4;4) 4) (2; $2\sqrt{2}$)
111.	Определите размеры открытого бассейна объемом $V = 32$, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным дном, на облицовку стен и дна которого уйдет наименьшее количество материала.
112.	Каковы должны быть размеры консервной банки цилиндрической формы, чтобы на её изготовление пошло наименьшее количество материала, если объем банки 0,5 литра?
113.	Прямоугольный лист картона имеет размеры 8×5 . Требуется вырезать по его углам такие квадраты, чтобы после загибания оставшихся кромок получилась коробка наибольшей вместимости.
114.	Порядок близости кривых $y(x) = \frac{\cos nx}{n^2 + 1}$ и $y_1(x) \equiv 0$ на $[0, 2\pi]$ равен: 1) 1 2) 2 3) 3 4) 0
115.	Расстояние первого порядка между кривыми $y(x) = x$ и $y_1(x) = \ln x$ на $[e^{-1}, e]$ равно: 1) e 2) 0 3) 1 4) $e - 1$
116.	Какая кривая является экстремалью в вариационной задаче $V[y] = \int_0^1 yy'^2 dx$, $y(0) = 1$, $y(1) = \sqrt[3]{4}$: 1) $\sqrt[3]{x+1}$ 2) $\sqrt[3]{(x+1)^2}$ 3) $\sqrt[3]{4(x-1)^2}$ 4) $\sqrt[3]{(x^2+1)^2}$
117.	Какая кривая является экстремалью в вариационной задаче $V[y] = \int_{-1}^1 (y'^2 - 2xy) dx$, $y(-1) = -1$, $y(1) = 1$: 1) $\frac{7x-x^3}{6}$ 2) x 3) $x^2 + x - 1$ 4) $\sqrt[3]{x}$
118.	Какая кривая является экстремалью в вариационной задаче $V[y] = \int_0^1 (360x^2 y - y''^2) dx$, $y(0) = 0$, $y(1) = 0$, $y'(0) = 1$, $y'(1) = \frac{5}{2}$:

1) $x^3 - 2x^2 + x$	2) $3.5x^3 - 4.5x^2 + x$	3) $\frac{x^6}{2} + \frac{3x^3}{2} - 3x^2 + x$	4) $\sin\left(\frac{5}{2}x\right)$
---------------------	--------------------------	--	------------------------------------

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Процедуры оценивания в ходе изучения дисциплины знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций, регламентируются положениями:

- П ВГУИТ 2.4.03 – 2015 Положение о курсовых экзаменах и зачетах;
- П ВГУИТ 4.1.02 – 2012 Положение о рейтинговой оценке текущей успеваемости, а также методическими указаниями

Для оценки знаний, умений, навыков студентов применяется бально-рейтинговая система оценки студента.

Рейтинговая система оценки осуществляется в течение всего семестра при проведении аудиторных занятий, показателями ФОС являются: 3 аудиторные контрольные работы, коллоквиум.

Максимальное число баллов по результатам текущей работы в семестре 20. Критериями оценивания в рейтинговой системе являются отметки в пятибалльной системе.

Аудиторная контрольная работа состоит из 4 или более практических задач.

Коллоквиум состоит из 2 или более теоретических вопросов и 2 или более практических задач.

Критерии и шкалы оценки:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, при наборе 4 баллов;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, при наборе 3 баллов;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, при наборе 2 баллов;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, при наборе менее 2 баллов.

Зачет состоит из 2 или более теоретических вопросов и 2 или более практических задач. Студенты, сдавшие коллоквиум с оценкой «отлично» или «хорошо» освобождаются от заданий по первому разделу и получают 1 дополнительный балл. Альтернативной формой зачета является тест составленный из тестовых заданий первого и 2 разделов.

Критерии и шкалы оценки:

- оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, при наборе не менее 2 баллов;
- оценка «незачтено» выставляется обучающемуся, при наборе менее 2 баллов.

Баллы для **аудиторной контрольной работы, коллоквиума, зачета и тестового задания** начисляются в соответствии с таблицей пункта 5.

5. Матрица соответствия результатов обучения, показателей, критерием и шкал оценки

Результаты обучения по этапам формирования компетенций	Предмет оценки (продукт или процесс)	Показатель оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций	Шкала оценивания	
				Академическая оценка или баллы	Уровень освоения компетенции
5.1 ОПК-3 способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат					
основные понятия, область применения вариационного исчисления;	Собеседование (зачет, коллоквиум, дифференцированный зачет)	знание программного материала,	Полный, развернутый ответ на все вопросы.	2	Освоена (повышенный)
			Полный, развернутый ответ на половину вопросов или частично правильный ответ на все вопросы.	1	Освоена (базовый)
			Неверный ответ или его отсутствие на все вопросы	0	Не освоена (недостаточный)
УМЕТЬ: применять вариационные методы решения смоделированных задач;	Тестовые задания (зачет)	Умение применять знания материала	0-49,99% верных ответов	0	Не освоена (недостаточный)
			50-74,99% верных ответов	2	Освоена (базовый)
			75-89,99% верных ответов	3	Освоена (повышенный)
			90-100% верных ответов	4	Освоена (повышенный)
ВЛАДЕТЬ: техникой решения вариационных задач.	Задачи (контрольная работа)	владение техникой решения задач	решено менее половины всех задач	0	Не освоена (недостаточный)
			выбрана верная методика решения, проведён верный расчет 50 – 74,99 % задач	2	Освоена (базовый)
			выбрана верная методика решения задачи, проведён верный расчет 75 – 89,99 % задач	3	Освоена (повышенный)
			выбрана верная методика решения задачи, проведён верный расчет 90 -100 % задач	4	Освоена (повышенный)
		владение техникой решения задач	выбрана неверная методика решения задач, приведён неверный расчет всех задач	0	Освоена (базовый)
			выбрана верная методика решения задач, приведён верный расчет половины задач	1	Освоена (повышенный)
			выбрана верная методика решения задачи, проведён верный расчет всех задач	2	Освоена (повышенный)

5.1 ПК-8 готовностью выполнять расчетно-экспериментальные работы в области прикладной механики с использованием современных вычислительных методов, высокопроизводительных вычислительных систем и наукоемких компьютерных технологий, широко распространенных в промышленности систем мирового уровня					
ЗНАТЬ: основные понятия и методы теории дифференциальных уравнений в частных производных	Собеседование (зачет, коллоквиум, дифференцированный зачет)	знание программного материала,	Полный, развернутый ответ на все вопросы.	2	Освоена (повышенный)
			Полный, развернутый ответ на половину вопросов или частично правильный ответ на все вопросы.	1	Освоена (базовый)
			Неверный ответ или его отсутствие на все вопросы	0	Не освоена (недостаточный)
УМЕТЬ: применять математические методы для решения практических задач	Тестовые задания (зачет)	Умение применять знания материала	0-49,99% верных ответов	0	Не освоена (недостаточный)
			50-74,99% верных ответов	2	Освоена (базовый)
			75-89,99% верных ответов	3	Освоена (повышенный)
			90-100% верных ответов	4	Освоена (повышенный)
ВЛАДЕТЬ: методами и навыками: классификации и решения типовых задач УМФ.	Задачи (контрольная работа)	владение техникой решения задач	решено менее половины всех задач	0	Не освоена (недостаточный)
			выбрана верная методика решения, проведён верный расчет 50 – 74,99 % задач	2	Освоена (базовый)
			выбрана верная методика решения задачи, проведён верный расчет 75 – 89,99 % задач	3	Освоена (повышенный)
			выбрана верная методика решения задачи, проведён верный расчет 90 -100 % задач	4	Освоена (повышенный)
		владение техникой решения задач	выбрана неверная методика решения задач, приведён неверный расчет всех задач	0	Освоена (базовый)
			выбрана верная методика решения задач, приведён верный расчет половины задач	1	Освоена (повышенный)
			выбрана верная методика решения задачи, проведён верный расчет всех задач	2	Освоена (повышенный)